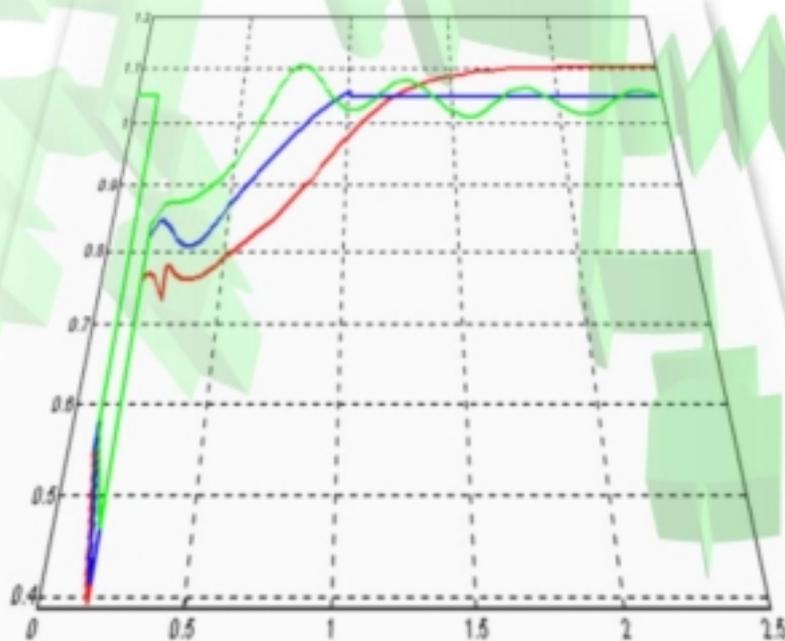




*E. T. S. I. Industriales
Depto. de Ingeniería Eléctrica*

Análisis Dinámico de la Estabilidad de Tensión de un Sistema de Potencia



Profesor :

Dr. Angel Pérez C.

Alumnos :

Rosa María de Castro

Horacio Nelsen Díaz

Madrid - Julio 2001

Í N D I C E

1.- INTRODUCCIÓN	1
2.- PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA	3
3.- ANÁLISIS EN RÉGIMEN PERMANENTE DEL SISTEMA EQUIVALENTE	9
4.- MODELOS DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA	13
4.1.- Modelo del Sistema de Potencia	13
4.2.- Modelo del Motor de Inducción	22
4.2.1.- Modelo del motor en régimen permanente equilibrado	28
4.2.2.- Modelo transitorio del motor	32
4.2.3.- Modelo para análisis de estabilidad de tensión	35
4.2.4.- Cálculo de la condiciones iniciales para el motor de inducción	42
4.3.- Modelo del Compensador Estático de Reactiva (SVC)	46
4.4.- Modelo del Compensador Síncrono	49
4.4.1.- Diagramas fasoriales	57
4.4.2.- Condiciones iniciales para el compensador síncrono	62

1.- INTRODUCCIÓN

El análisis de la estabilidad de tensión de una red eléctrica ha motivado en los últimos quince años una fuerte preocupación por el problema, siendo actualmente un tema de interés debido a la importancia de este fenómeno en la seguridad y calidad de suministro, en especial cuando por presiones de tipo económicas los sistemas eléctricos operan cada vez más cerca de sus límites de estabilidad.

El colapso de tensión es una inestabilidad del sistema en el que intervienen los diferentes elementos de la red (cargas, controles, generación, etc.) y sus variables asociadas, de hecho, en este problema participa toda la red, aunque generalmente existe un área particularmente afectada. El problema típicamente se presenta en un sistema de potencia que esté fuertemente cargado, operando en condiciones de falta y/o con pérdidas importantes de potencia reactiva.

Aún cuando son muchas las variables que participan en el fenómeno, la generación, transporte y consumo de potencia reactiva juegan un papel determinante, en particular el colapso de tensión está asociado con los incrementos o cambios en la naturaleza de las cargas y con la existencia de motores fuertemente cargados que causan un aumento de la demanda de potencia reactiva, que no siempre puede satisfacerse debido a los límites que existen en los dispositivos de control y en las líneas de transporte, ya sea porque estén muy cargadas o se hayan desconectado. Por esta razón un porcentaje importante de la reactiva de las cargas debe ser suministrada localmente.

Por lo tanto, el problema de la estabilidad de tensión reside en que no es posible mantener niveles de tensión aceptables, por lo que deben plantearse algunas alternativas de control que permitan que las tensiones se mantengan en rangos cercanos a los nominales, típicamente del orden del 5%, aún cuando existan fluctuaciones de la demanda, para estos efectos es común emplear los siguientes dispositivos de control:

- Bancos de condensadores.
- Controladores estáticos de reactiva (SVC).
- Transformadores con cambio de toma bajo carga.
- Compensadores síncronos.

En consecuencia, un sistema de potencia es estable en tensión si después de una perturbación los voltajes en las cargas se mantienen en límites aceptables, de manera que el sistema opere de forma segura, esto significa la existencia de un margen considerable entre el punto de operación después de la perturbación y el punto donde ocurre la inestabilidad de voltaje.

En este trabajo se estudia el problema de estabilidad de tensión de una red eléctrica al ocurrir una gran perturbación (cortocircuito), considerando la dinámica de los motores de inducción y la de los elementos de control de reactiva.

El estudio se realiza empleando un modelo en Simulink que permite el análisis de las diferentes variables de interés para el problema planteado.

2.- PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

En este trabajo se analiza el primer ejemplo del capítulo VI del libro “Power System Voltage Stability” de W. C. Taylor.

El problema consiste en estudiar la estabilidad de tensión de la red eléctrica de la Fig. 1 al producirse un cortocircuito trifásico en el punto medio de una de las líneas, teniendo en cuenta el efecto de la dinámica de las cargas y de los elementos de compensación de reactiva.

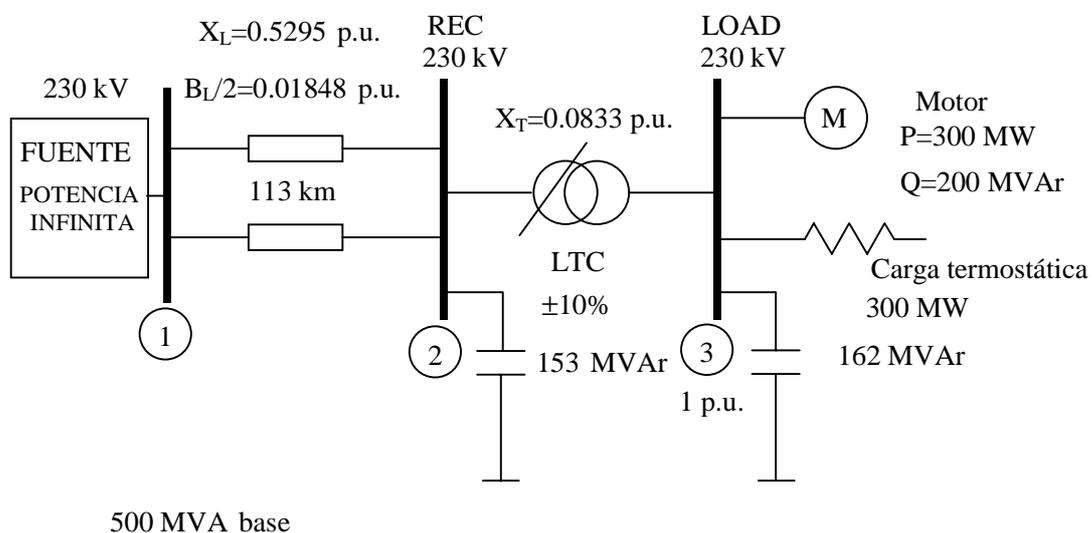


Fig.1.- Sistema equivalente objeto de estudio.

En la red de la Fig. 1 se alimenta una carga de 600 MW desde un gran sistema (Generador de potencia infinita sin limitación de corriente) a través de dos líneas iguales y en paralelo de 230 kV y de 113 km de longitud cada una de ellas. La tensión del nudo de carga se mantiene constante mediante un transformador con cambio automático de tomas (LTC).

El sistema está fuertemente cargado y con gran compensación reactiva, debido a la dificultad en la construcción de nuevas líneas de transmisión.

La mitad de la potencia activa es demandada por un motor de inducción y la otra mitad por una carga termostática. El consumo de potencia reactiva del motor es compensada al 80% por un banco de condensadores.

A continuación se detallan las distintas condiciones de operación del sistema:

Situación de pre-falta

El sistema opera en régimen permanente alimentando la carga especificada.

Situación de falta

Se produce un cortocircuito trifásico en el punto medio de una de las líneas que se mantiene durante 4 ciclos.

Situación de post-falta

Se despeja la falta y por lo tanto el sistema alimenta a la carga a través de una sola línea.

En las condiciones de operación de la red dada y suponiendo que el transformador regulador en carga no tiene tiempo de actuar (su toma permanece en la posición pre-falta) se quiere estudiar el comportamiento del sistema observando la evolución en el tiempo de la tensión del nudo 2 (nudo REC), considerando la dinámica del motor de inducción y la de los elementos compensadores de reactiva colocados en el nudo REC, tal y como se detalla en la Fig. 2.

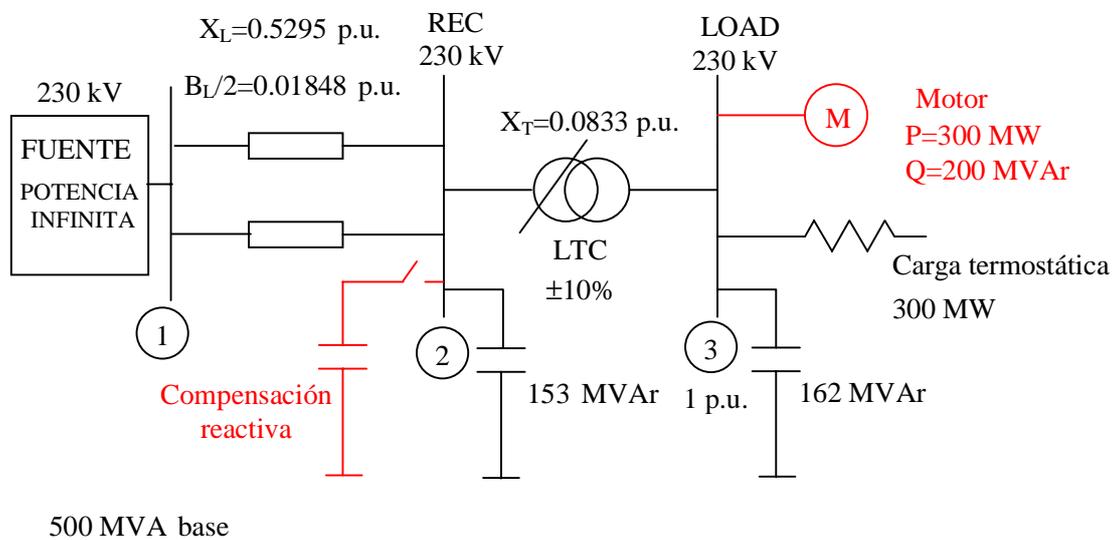


Fig. 2.- Elementos del Sistema equivalente (color rojo) considerados para el análisis dinámico.

Caso 1:

Después de producirse la falta, no se introduce ningún elemento adicional de compensación de reactiva en el nudo 2.

Caso 2:

Se introduce una batería de condensadores de 125 MVAR en el nudo REC 0.1 segundos después de despejar la falta ($tiempo = 0.1 + \frac{4 \text{ ciclos}}{f} + 0.1 = 0.2666 \text{ seg.}$).

Caso 3:

Se introduce un elemento estático de compensación de reactiva (SVC) en el nudo REC inmediatamente después de producirse la falta ($tiempo = 0.1 + \frac{4 \text{ ciclos}}{f} = 0.1666 \text{ seg.}$).

Caso 4:

El sistema cuenta con un compensador síncrono de 125 MVAR.

Datos del problema

Para resolver el problema se considera una potencia base de 500 MVA y una tensión base de 230 kV (primario del transformador) y 25 kV (secundario del transformador), así como una frecuencia de trabajo de 60 Hz (frecuencia base).

Los datos están referidos a sus potencias nominales, en el caso de no coincidir ésta con la potencia base se hace el cambio correspondiente.

A continuación se indican los datos del Sistema equivalente y de los elementos que lo componen:

Datos del Sistema equivalente para análisis en régimen permanente

LÍNEAS ($S_{base} = 500 \text{ MVA}$)		
Resistencia serie, R_L (p.u.)	Reactancia serie, X_L (p.u.)	Mitad susceptancia, $B_L/2$ (p.u.)
0	0.5295	0.01848

TRANSFORMADOR ($S_{base} = 500 \text{ MVA}$)		
Resistencia dispersión, R_T (p.u.)	Reactancia dispersión, X_T (p.u.)	Relación transformación (p.u.)*
0	0.0833	1.0383

SUSCEPTANCIA COMPENSACIÓN FIJAS	
NUDO 2 (REC)	NUDO 3 (LOAD)
$B_2 = \frac{153 \text{ MVA}r}{500 \text{ MVA} \cdot I^2} = 0.306 \text{ p.u.}$	$B_3 = \frac{162 \text{ MVA}r}{500 \text{ MVA} \cdot I^2} = 0.324 \text{ p.u.}$

CARGAS	POT. ACTIVA	POT. REACTIVA
MOTOR	$\frac{300 \text{ MW}}{500 \text{ MVA}} = 0.6 \text{ p.u.}$	$\frac{200 \text{ MVar}}{500 \text{ MVA}} = 0.4 \text{ p.u.}$
TERMOSTÁTICA	$\frac{300 \text{ MW}}{500 \text{ MVA}} = 0.6 \text{ p.u.}$	

* La relación de transformación se obtiene de la siguiente forma:

$$P_{carga} = 0.6 + 0.6 = 1.2 \text{ p.u.}$$

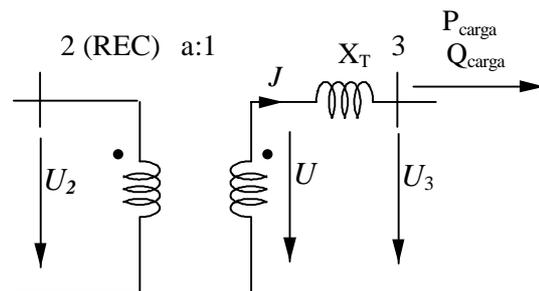
$$Q_{carga} = 0.4 - 0.324 = 0.076 \text{ p.u.}$$

$$J = \frac{P_{carga} - j \cdot Q_{carga}}{(U_3)^*} = 1.2024 \angle 3.6239^\circ \text{ p.u.}$$

$$U = j \cdot X_T \cdot J + U_3 = 1.0113 \angle 0.099^\circ \text{ p.u.}$$

Sustituyendo:

$$a = \frac{|U_2|}{|U|} = \frac{1.05}{1.0113} = 1.0383$$



Datos para simular el análisis dinámico

MOTOR DE INDUCCIÓN ($S_{base} = 500 \text{ MVA}$)	
Resistencia estator, R_s (p.u.)	0.031
Reactancia estator, X_s (p.u.)	0.1
Reactancia magnetización, X_m (p.u.)	3.2
Resistencia rotor, R_r (p.u.)	0.018
Reactancia rotor, X_r (p.u.)	0.18
Constante de inercia, H (seg.)	0.7
Factor A del par mecánico	1
Factor B del par mecánico	0
Factor C del par mecánico	0
(*) $X' \text{ (p.u.)} = X_s \text{ (p.u.)} + \frac{X_m \text{ (p.u.)} \cdot X_r \text{ (p.u.)}}{X_m \text{ (p.u.)} + X_r \text{ (p.u.)}}$	0.2704

(*) : Este parámetro es parte del modelo dinámico del motor de inducción que se analiza en el capítulo 4.2.

COMPENSADOR ESTÁTICO (SVC)	
Límite máximo (p.u.)	$\frac{125 \text{ MVar}}{500 \text{ MVA}} = 0.25$
Límite mínimo (p.u.)	$-\frac{75 \text{ MVar}}{500 \text{ MVA}} = -0.15$
Constante de tiempo dinámica (seg.)	0.05
Pendiente %	2
Ganancia dinámica (p.u.)	50

CONDENSADORES FIJOS ADICIONALES	
$B_{\text{comp.}}$ (p.u.)	$\frac{125 \text{ MVar}}{500 \text{ MVA}} = 0.25$

COMPENSADOR SÍNCRONO ($S_{\text{base}} = 125 \text{ MVA}$)*	
Resistencia estator, R_s (p.u.)	0
Reactancia desde estator con rotor a c.a., X_d (p.u.)	$1.386 \cdot \frac{500 \text{ MVA}}{125 \text{ MVA}} = 5.544$
Reactancia desde estator con rotor a c.c., X'_d (p.u.)	$0.285 \cdot \frac{500 \text{ MVA}}{125 \text{ MVA}} = 1.14$
Reactancia estator del eje q, X_q (p.u.)	$0.815 \cdot \frac{500 \text{ MVA}}{125 \text{ MVA}} = 3.26$
Constante de tiempo del rotor, T'_{do} (seg.)	9.564
Constante de inercia, H (seg.)	$2.15 \cdot \frac{125 \text{ MVA}}{500 \text{ MVA}} = 0.5375$
Valor máximo de la excitación, $E_{fd\text{max}}$ (p.u.)	12.43
Valor mínimo de la excitación, $E_{fd\text{min}}$ (p.u.)	-9

* Estos datos se han obtenido del artículo “New synchronous compensators for The Nelson River. HVDC system-Planning requirements and specification” publicado en IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 6, No 2, April 1991.

3.- ANÁLISIS EN RÉGIMEN PERMANENTE DEL SISTEMA EQUIVALENTE

Se trata de analizar el comportamiento de la red en régimen permanente, para ello se realiza un flujo de cargas en el que se especifican las condiciones iniciales de carga. Para la realización de este estudio se debe averiguar el valor de la tensión del nudo REC teniendo en cuenta que se quiere tener una tensión de $1\angle 0^\circ$ p.u. en el nudo donde se conectan las cargas (Nudo 3 LOAD) y una tensión de 1.05 p.u. en el nudo donde se colocarán elementos compensadores de reactiva (Nudo 2 REC). Las características del Sistema se muestran en la Fig. 3:

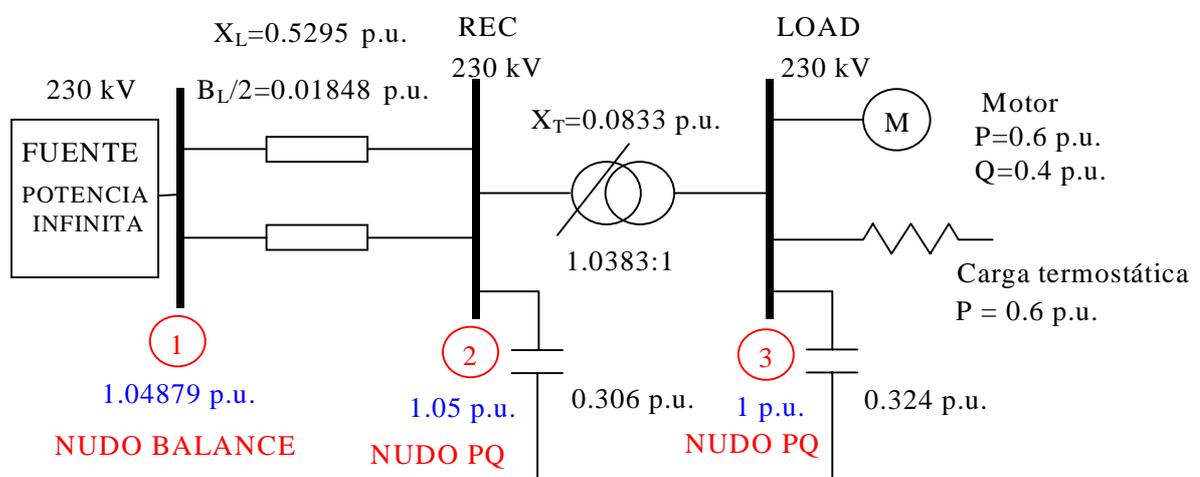


Fig. 3.- Sistema Equivalente en régimen permanente.

Caracterización de las cargas:

- La carga demandada por el motor se considera de potencia constante ($P = 0.6$ p.u.).
- La carga termostática se considera de impedancia constante, que teniendo en cuenta el valor de la tensión de 1 p.u. la conductancia será 0.6 p.u.

Caracterización de los nudos:

- Se considera como nudo balance el Nudo 1 SOURCE.
- Tanto el Nudo 2 como el Nudo 3 se consideran como nudos PQ.

Se sigue esta estrategia porque no se conoce el valor de tensión del nudo SOURCE y sólo se sabe que el nudo 2 y 3 deben tener un módulo de tensión de 1.05 p.u. y 1 p.u. respectivamente.

Para obtener los valores de tensión en los nudos, se tantea en el flujo de cargas variando el valor de la tensión del nudo balance hasta conseguir el objetivo, por eso se debe dejar libertad a la tensión en estos nudos (elección de nudos PQ) para comprobar si al final del proceso de convergencia del flujo de cargas, el valor de tensión es el buscado.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, así como los valores de los parámetros de los elementos del Sistema indicados en el capítulo anterior, los resultados del flujo de carga son los siguientes:

DATOS DE LOS NUDOS:

nombre	tipo	Umod	Uarg	Pgen	Bcomp	Pcarga	Gcarga	Qcarga	Bcarga	Qgen	Q/Umax	Q/Umin
SOURCE	Ua	1.0488	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
REC	PQ	1.0000	0.0000	0.0000	0.3060	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
LOAD	PQ	1.0000	0.0000	0.0000	0.3240	0.6000	0.6000	0.4000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

DATOS DE LAS LINEAS:

nombre	nudo1	nudo2	R	X	G	B	R0	X0	G0	B0
Linea1	SOURCE	REC	0.0000	0.5295	0.0000	0.0370	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Linea2	SOURCE	REC	0.0000	0.5295	0.0000	0.0370	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

DATOS DE LOS TRANSFORMADORES:

nombre	primario	secundario	Rcc	Xcc	G0	B0	rt	alfa	conexp	Rpt	Xpt	conexs	Rps	Xps
Trafo1	REC	LOAD	0.0000	0.0833	0.0000	0.0000	1.0383	0	1	0.0000	0.0000	1	0.0000	0.0000

----- RESULTADOS DEL FLUJO DE CARGAS -----

Nudo	Limite	Tensión	Ángulo(°)	Pgen	Qgen	Pcarga	Qcarga	Qcomp
SOURCE	1.0488	0.0000	1.2000	0.1314	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
REC	1.0500	-16.7677	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.3374
LOAD	1.0000	-22.4403	0.0000	0.0000	1.2000	0.4000	0.3240	

Pérdidas de activa= 0.00000 / Pérdidas de reactiva= 0.39274

----- FLUJOS DE POTENCIAS POR LAS LINEAS -----

Línea	Nudo-A	Nudo-B	P(A->B)	Q(A->B)	P(B->A)	Q(B->A)
Linea1	SOURCE	REC	0.6000	0.0657	-0.6000	0.0705
Linea2	SOURCE	REC	0.6000	0.0657	-0.6000	0.0705

----- FLUJOS DE POTENCIAS POR LOS TRAFOS -----

Trafo	Primario	Secundario	P(Prim.)	Q(Prim.)	P(Secun.)	Q(Secun.)
Trafo1	REC	LOAD	1.2000	0.1964	-1.2000	-0.0760

Como se comprueba del listado anterior, el valor del módulo de la tensión del Nudo SOURCE debe ser 1.04879 p.u. para tener una tensión de 1.05 p.u. y 1 p.u. en los Nudos 2 y 3.

Por lo tanto, los valores de las tensiones en los nudos del Sistema Equivalente tomando como referencia de ángulos la tensión en el nudo de carga, son los que a continuación se detallan:

NUDO	TENSIÓN (p.u.)
Nudo 1 (SOURCE)	1.04879 $\angle 22.4403^\circ$
Nudo 2 (REC)	1.05 $\angle 5.6726^\circ$
Nudo 3 (LOAD)	1.00 $\angle 0^\circ$

4.- MODELOS DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA

4.1.- Modelo del sistema de potencia

El sistema de potencia objeto de este estudio ha sido modelado considerando :

- Alimentación desde un nudo de potencia infinita (nudo SOURCE).
- Las líneas y la susceptancias de compensación se consideran de parámetros constantes, ignorando su transitorio.
- El transformador se considera con su toma fija, pues se supone que las tomas no actúan en los tiempos de simulación considerados en este problema.
- No se considera la dinámica de la carga termostática.

Interfase Red – Cargas dinámicas :

Para simular la interacción entre la red y las cargas dinámicas, es necesario realizar una interfase que relacione la operación permanente de la red eléctrica con la operación transitoria de las distintas cargas dinámicas que existen en el sistema. El método empleado ha sido relacionar ambos sistemas mediante un análisis por nudos considerando el aporte de los elementos dinámicos como fuentes de corriente, tal como se muestra en la Fig. 4. El modelo de motor de inducción empleado se analiza con mayor detalle en el capítulo 4.2.3.

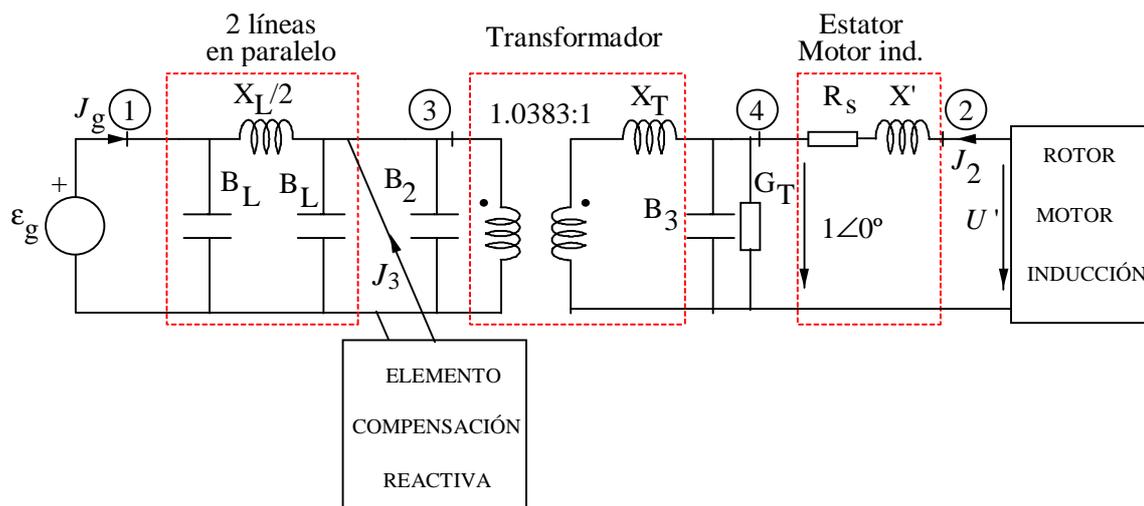


Fig. 4.- Circuito equivalente para el análisis dinámico de la red en estudio.

La Fig. 4, muestra el circuito equivalente monofásico de la red en estudio, donde se han considerado los siguientes nudos :

Nudo 1 : Nudo de conexión a la red infinita (SOURCE).

Nudo 2 : Nudo interno para señalar la conexión del rotor del motor de inducción (ROTOR).

Nudo 3 : Nudo de control de reactiva, donde se conectará el condensador fijo, el SVC o compensador síncrono (REC).

Nudo 4 : Nudo de conexión de las cargas (LOAD).

Se puede plantear el siguiente análisis por nudos:

$$\begin{bmatrix} J_g \\ J_2 \\ J_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_g \\ U_1 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

donde Y_{Bus} varía según el estado del sistema, que para este estudio son los siguientes:

- Situación inicial, pre-falta: sistema inicial con las dos líneas conectadas y sin perturbación.
- Situación de falta: cortocircuito trifásico en el punto medio de una de las líneas.
- Situación de post-falta: se despeja la falta y el sistema queda operando con una línea fuera de servicio.

Situación de pre-falta

A partir de la Fig. 4, se obtiene:

$$Y_{pre-f} = \begin{bmatrix} 0 - j \cdot 3.7402 & 0 & 0 + j \cdot 3.7771 & 0 \\ 0 & 0.4185 - j \cdot 3.6502 & 0 & -0.4185 + j \cdot 3.6502 \\ 0 + j \cdot 3.7771 & 0 & 0 - j \cdot 14.5697 & 0 + j \cdot 11.5620 \\ 0 & -0.4185 + j \cdot 3.6502 & 0 + j \cdot 11.5620 & 1.0185 - j \cdot 15.3310 \end{bmatrix}$$

Situación de falta

A partir de la Fig. 5, se obtiene:

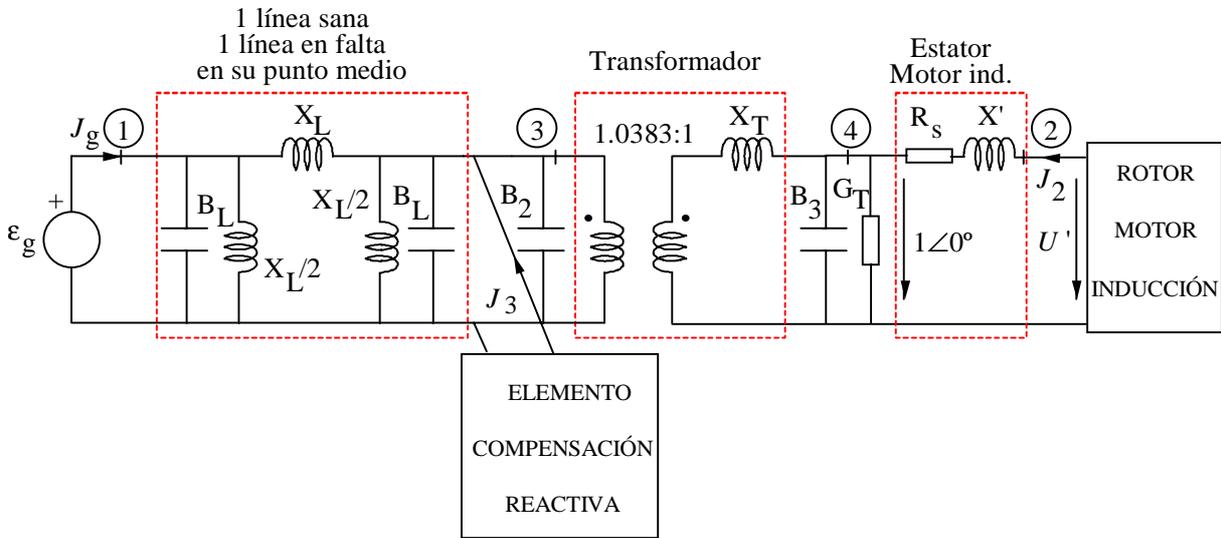


Fig. 5.- Circuito equivalente dinámico de la red de estudio con una línea cortocircuitada.

$$Y_f = \begin{bmatrix} 0 - j \cdot 5.6288 & 0 & 0 + j \cdot 1.8886 & 0 \\ 0 & 0.4185 - j \cdot 3.6502 & 0 & -0.4185 + j \cdot 3.6502 \\ 0 + j \cdot 1.8886 & 0 & 0 - j \cdot 14.5697 & 0 + j \cdot 11.5620 \\ 0 & -0.4185 + j \cdot 3.6502 & 0 + j \cdot 11.5620 & 1.0185 - j \cdot 15.3310 \end{bmatrix}$$

Situación de post-falta

A partir de la Fig. 6, se obtiene:

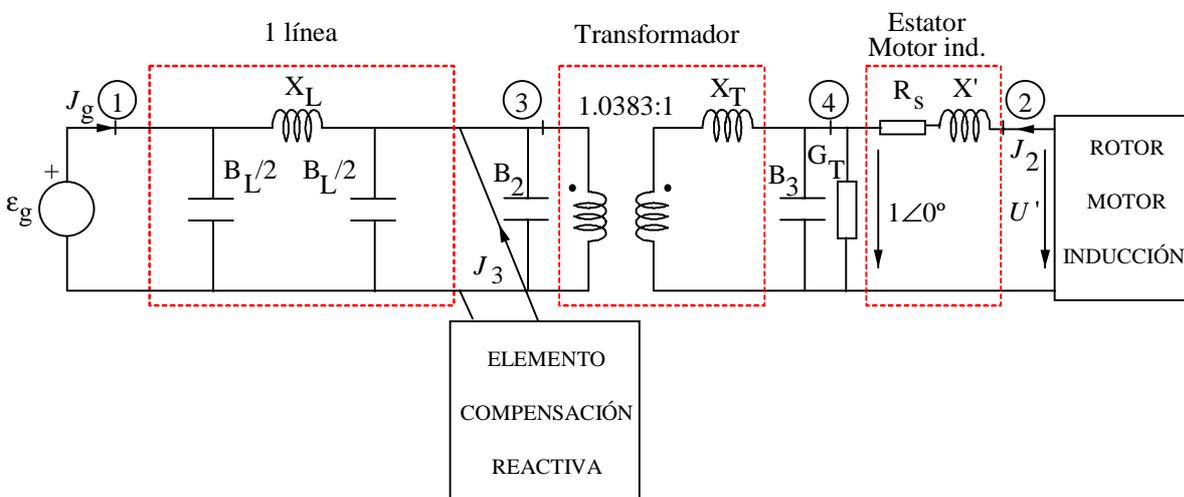


Fig. 6.- Circuito equivalente dinámico de la red una vez despejada la falta.

$$Y_{post-f} = \begin{bmatrix} 0 - j \cdot 1.8701 & 0 & 0 + j \cdot 1.8886 & 0 \\ 0 & 0.4185 - j \cdot 3.6502 & 0 & -0.4185 + j \cdot 3.6502 \\ 0 + j \cdot 1.8886 & 0 & 0 - j \cdot 12.6996 & 0 + j \cdot 11.5620 \\ 0 & -0.4185 + j \cdot 3.6502 & 0 + j \cdot 11.5620 & 1.0185 - j \cdot 15.3310 \end{bmatrix}$$

Las inyecciones de corriente se pueden representar también como:

$$\begin{bmatrix} J_g \\ J_2 \\ J_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} (Y_{gg}) & (Y_{gr}) \\ \hline (Y_{rg}) & (Y_{rr}) \end{array} \right] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

de donde:

$$\begin{bmatrix} J_g \\ J_2 \end{bmatrix} = [Y_{gg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{gr}] \cdot \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J_3 \\ 0 \end{bmatrix} = [Y_{rg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{rr}] \cdot \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

En función del caso particular que se analice, las corrientes inyectadas tomarán diferentes valores.

En cualquier caso, serán de interés la corriente inyectada al nudo donde está el rotor del motor (la corriente de alimentación al motor $J_2 = -J_m$), y la tensión del nudo de control de reactiva U_3 . Siendo datos conocidos en un instante del tiempo la tensión en el nudo 1 ($\mathcal{E}_g = 1.04879 \angle 22.4403^\circ = cte.$) y la tensión en el nudo 2 que se obtiene como resultado del análisis del transitorio del motor y que es distinta en cada instante. De este modo para cada uno de los casos base planteados se tiene lo siguiente:

Caso 1: Sin corriente inyectada en el nudo 3 $J_3 = 0$

Esta situación corresponderá al caso en que solamente la red y el motor inyectan corriente a la red, no existe ningún elemento adicional que inyecte reactiva en el nudo 3.

por lo tanto se tendrá:

$$\begin{bmatrix} J_g \\ -J_m \end{bmatrix} = [Y_{gg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{gr}] \cdot \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [Y_{rg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{rr}] \cdot \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

de donde :

$$\begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = -[Y_{rr}]^{-1} \cdot [Y_{rg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} \quad \Rightarrow U_3 = [U_3^{1f}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J_g \\ -J_m \end{bmatrix} = ([Y_{gg}] - [Y_{gr}] \cdot [Y_{rr}]^{-1} \cdot [Y_{rg}]) \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} \quad \Rightarrow J_m = [J_m^{2f}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix}$$

donde:

$$[U_3^{1f}] : \text{Primera fila de la matriz } -[Y_{rr}]^{-1} \cdot [Y_{rg}]$$

$$[J_m^{2f}] : \text{Segunda fila de la matriz } -([Y_{gg}] - [Y_{gr}] \cdot [Y_{rr}]^{-1} \cdot [Y_{rg}])$$

Estos vectores tienen los siguientes valores para cada una de las situaciones que presenta la red:

Situación de pre-falta

$$[U_3^{1f}] = [U_{3v}] = [0.6354 - j \cdot 0.0622 \quad 0.4667 - j \cdot 0.0233]$$

$$[J_m^{2f}] = [I_{mv}] = [-0.0879 - j \cdot 1.7628 \quad -0.2794 + j \cdot 1.4912]$$

Situación de falta

$$[U_3^{1f}] = [U_{3vc}] = [0.2415 - j \cdot 0.0179 \quad 0.3544 - j \cdot 0.0093]$$

$$[J_m^{2f}] = [I_{mvc}] = [-0.0175 - j \cdot 0.6693 \quad -0.2556 + j \cdot 1.8032]$$

Situación de post-falta

$$\begin{aligned} [U_3^{1f}] &= [U_{3vs}] = [0.4605 - j \cdot 0.0661 \quad 0.6780 - j \cdot 0.0644] \\ [J_m^{2f}] &= [I_{mvs}] = [-0.1217 - j \cdot 1.2805 \quad -0.3651 + j \cdot 0.9022] \end{aligned}$$

La nomenclatura utilizada para definir estas constantes es la misma que la empleada para su representación en Simulink.

Caso 2 y 3: Se conecta un condensador fijo/ SVC al nudo 3 de control de reactiva.

$$J_3 \neq 0$$

El tratamiento de un condensador de valor fijo y un SVC es el mismo, ya que como se ha puesto de manifiesto en el apartado anterior, el SVC es como una susceptancia de valor variable en cada instante de tiempo y esto no afecta al tratamiento de la interfase con el sistema.

En esta situación estos elementos aportan una intensidad que se puede relacionar con la tensión del nudo donde están colocados de la siguiente forma:

$$J_3 = J_{comp.} = -j \cdot B_{comp.} \cdot U_3$$

por lo tanto se tendrá:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} J_g \\ -J_m \end{bmatrix} &= [Y_{gg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{gr}] \cdot \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} J_{comp.} \\ 0 \end{bmatrix} &= [Y_{rg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{rr}] \cdot \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

de donde :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} &= -[Y_{rr}]^{-1} \cdot [Y_{rg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{rr}]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -j \cdot B_{comp.} \cdot U_3 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} J_g \\ -J_m \end{bmatrix} &= ([Y_{gg}] - [Y_{gr}] \cdot [Y_{rr}]^{-1} \cdot [Y_{rg}]) \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{gr}] \cdot [Y_{rr}]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -j \cdot B_{comp.} \cdot U_3 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$U_3 = U_3' + \left([Y_{rr}]^{-1} \right)_{1,1} \cdot (-j \cdot B_{comp.} \cdot U_3)$$

$$J_m = J_m' - \left([Y_{rg}] \cdot [Y_{rr}]^{-1} \right)_{2,1} \cdot (-j \cdot B_{comp.} \cdot U_3)$$

donde:

$$U_3' = [U_3^{1f}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} : \text{Tensión en el nudo 3 en el caso 1 } (J_3 = 0).$$

$$J_m' = [J_m^{2f}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} : \text{Intensidad del motor en el caso 1 } (J_3 = 0).$$

Por lo tanto:

$$U_3 = \frac{U_3'}{1 + \left([Y_{rr}]^{-1} \right)_{1,1} \cdot j \cdot B_{comp.}}$$

$$U_3 = \frac{U_3'}{1 + (A + j \cdot B) \cdot j \cdot B_{comp.}}$$

$$U_3 = \frac{U_3'}{(1 - B \cdot B_{comp.}) + j \cdot A \cdot B_{comp.}}$$

$$U_3 = \frac{U_{3real}' \cdot (1 - B \cdot B_{comp.}) + U_{3imag.}' \cdot A \cdot B_{comp.}}{(1 - B \cdot B_{comp.})^2 + (A \cdot B_{comp.})^2} + j \cdot \frac{U_{3imag.}' \cdot (1 - B \cdot B_{comp.}) - U_{3real}' \cdot A \cdot B_{comp.}}{(1 - B \cdot B_{comp.})^2 + (A \cdot B_{comp.})^2}$$

$$J_m = J_m' - (C + j \cdot D) \cdot (-j \cdot B_{comp.} \cdot U_3)$$

$$J_m = J_m' - (C \cdot U_{3imag.} + D \cdot U_{3real}) \cdot B_{comp.} - j \cdot (D \cdot U_{3imag.} - C \cdot U_{3real}) \cdot B_{comp.}$$

donde:

$$A : \text{Parte real de } \left([Y_{rr}]^{-1} \right)_{1,1}$$

$$B : \text{Parte imaginaria } \left([Y_{rr}]^{-1} \right)_{1,1}$$

$$C : \text{Parte real de } \left([Y_{rg}] \cdot [Y_{rr}]^{-1} \right)_{2,1}$$

$$D : \text{Parte imaginaria de } \left([Y_{rg}] \cdot [Y_{rr}]^{-1} \right)_{2,1}$$

Estos vectores tienen los siguientes valores para cada una de las situaciones que presenta la red:

Situación de pre-falta

$$A = 0$$

$$B = 0$$

$$C = 0$$

$$D = 0$$

Situación de falta

$$A_c = 0.0095$$

$$B_c = 0.1279$$

$$C_c = -0.3544$$

$$D_c = 0.0093$$

Situación de post-falta

$$A_s = 0.0350$$

$$B_s = 0.2438$$

$$C_s = -0.6780$$

$$D_s = 0.0644$$

La nomenclatura utilizada para definir estas constantes es la misma que la empleada para su representación en Simulink.

Caso 4: Se conecta el compensador síncrono al nudo 3 de control de reactiva. $J_3 \neq 0$

En esta situación el compensador síncrono inyecta una corriente al nudo 3 que se obtiene en cada instante a partir del modelo transitorio del compensador, y por tanto es un dato.

Por lo tanto se tendrá:

$$\begin{bmatrix} J_g \\ -J_m \end{bmatrix} = [Y_{gg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U \end{bmatrix} + [Y_{gr}] \cdot \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J_{cs} \\ 0 \end{bmatrix} = [Y_{rg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{rr}] \cdot \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

de donde :

$$\begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = -[Y_{rr}]^{-1} \cdot [Y_{rg}] \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{rr}]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} J_{cs} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J_g \\ -J_m \end{bmatrix} = ([Y_{gg}] - [Y_{gr}] \cdot [Y_{rr}]^{-1} \cdot [Y_{rg}]) \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_g \\ U' \end{bmatrix} + [Y_{rg}] \cdot [Y_{rr}]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} J_{cs} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$U_3 = U_3' + ([Y_{rr}]^{-1})_{1,1} \cdot J_{cs}$$

$$J_m = J_m' - ([Y_{rg}] \cdot [Y_{rr}]^{-1})_{2,1} \cdot J_{cs}$$

Se define como en el caso anterior:

$$U_3 = U_3' + (A + j \cdot B) \cdot J_{cs}$$

$$J_m = J_m' - (C + j \cdot D) \cdot J_{cs}$$

Donde las constantes A, B, C y D son las mismas del caso 3 y por tanto sus valores para las distintas situaciones de la red son los mismos que se han indicado anteriormente.

En resumen, después de este análisis, se observa que para cualquier caso de estudio el agregar cualquier tipo de elemento dinámico a un nudo de la red puede estudiarse empleando la técnica de superposición, es decir se considera la situación antes de agregar el elemento (U_3' y J_m') más el efecto propio de este componente sobre la red (valores A, B, C, D en combinación con las intensidades que aportan). En el caso de que la incorporación de elementos sea al mismo nudo A, B, C y D no varían.

También es importante destacar que con esta metodología de enlace entre la red y los elementos dinámicos, por cada motor que se agregue a la red se genera una nueva incógnita de corriente, sin embargo por cada elemento que inyecte intensidad (generador, SVC, condensador, etc) se genera una nueva incógnita de tensión.

4.2.- Modelo del motor de inducción

Se desarrollará un modelo dinámico para un motor de inducción tipo jaula de ardilla (rotor en cortocircuito), considerando la máquina con neutro aislado. Para ello es necesario formular un conjunto de ecuaciones tanto para el estator como el rotor del motor, teniendo en cuenta que existe una interacción entre los campos de estator y rotor que dependerán de su posición relativa.

En la Fig. 7 se muestran los devanados del estator y rotor con las variables de interés en componentes de fase.

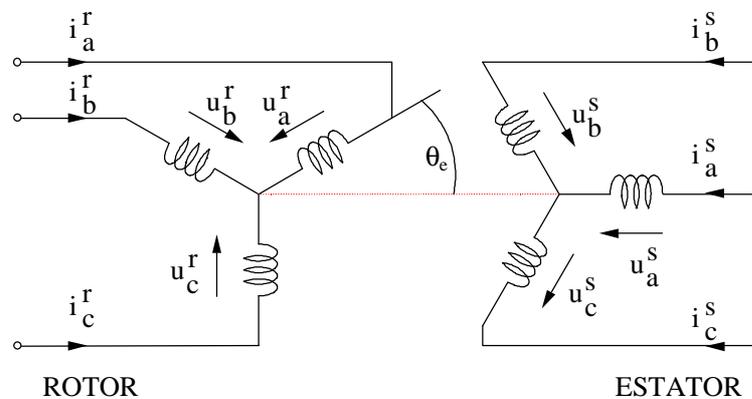


Fig.7.- Devanados del motor de inducción.

Ecuaciones Temporales para el Estator:

A partir de la Fig.7, puede establecerse que :

$$u_a^s(t) = R_s \cdot i_a^s(t) + \frac{d\lambda_a^s(t)}{dt}$$

$$u_b^s(t) = R_s \cdot i_b^s(t) + \frac{d\lambda_b^s(t)}{dt}$$

$$u_c^s(t) = R_s \cdot i_c^s(t) + \frac{d\lambda_c^s(t)}{dt}$$

donde :

R_s : Resistencia del devanado del estator.

λ_i^s : Enlaces flujo del devanado de la fase "i" del estator.

i_i^s : Corriente en la fase "i" del estator.

Asumiendo que la máquina es simétrica en las tres fases, puede plantearse , por ejemplo para la fase “a” que :

$$\lambda_a^s = L^s i_a^s + L_m^s \cdot (i_b^s + i_c^s) + L_m^{sr} \cdot (i_a^r \cdot \cos(\theta_e) + i_b^r \cdot \cos(\theta_e + 120^\circ) + i_c^r \cdot \cos(\theta_e - 120^\circ))$$

donde :

L^s : Inductancia propia del devanado del estator

L_m^s : Inductancia mutua entre los devanados del estator.

L_m^{sr} : Inductancia mutua entre los devanados del estator y el rotor.

i_i^r : Corriente en la fase “i” del rotor.

θ_e : Ángulo eléctrico entre la fase “i” del estator y rotor.

De forma análoga se pueden establecer las ecuaciones para las otras fases.

Ecuaciones Temporales para el Rotor:

A partir de la Fig. 7, puede establecerse que :

$$u_a^r(t) = R_r \cdot i_a^r(t) + \frac{d\lambda_a^r(t)}{dt}$$

$$u_b^r(t) = R_r \cdot i_b^r(t) + \frac{d\lambda_b^r(t)}{dt}$$

$$u_c^r(t) = R_r \cdot i_c^r(t) + \frac{d\lambda_c^r(t)}{dt}$$

donde :

R_r : Resistencia del devanado del rotor.

λ_i^r : Enlaces flujo del devanado de la fase “i” del rotor.

i_i^r : Corriente en la fase “i” del rotor.

Asumiendo que la máquina es simétrica en las tres fases, puede plantearse , por ejemplo para la fase “a” que :

$$\lambda_a^r = L^r i_a^r + L_m^r \cdot (i_b^r + i_c^r) + L_m^{rs} \cdot (i_a^s \cdot \cos(\theta_e) + i_b^s \cdot \cos(120^\circ - \theta_e) + i_c^s \cdot \cos(120^\circ + \theta_e))$$

donde :

L^r : Inductancia propia del devanado del rotor.

L_m^r : Inductancia mutua entre los devanados del rotor.

L_m^{rs} : Inductancia mutua entre los devanados del rotor y el estator.

De forma análoga se pueden establecer las ecuaciones para las otras fases.

Para simplificar el análisis, las ecuaciones en componentes de fases se expresan en un nuevo sistema de referencia. Este nuevo sistema de referencia, que se mueve a la velocidad de sincronismo, está formado por dos ejes; el eje “d” que coincide con el devanado de la fase “a” del estator en el instante $t = 0$ y el eje “q” en cuadratura con el “d” en el sentido del movimiento del rotor tal como se aprecia en la Fig. 8. La ventaja de este sistema de referencia es que las corrientes de eje directo y cuadratura son constantes.

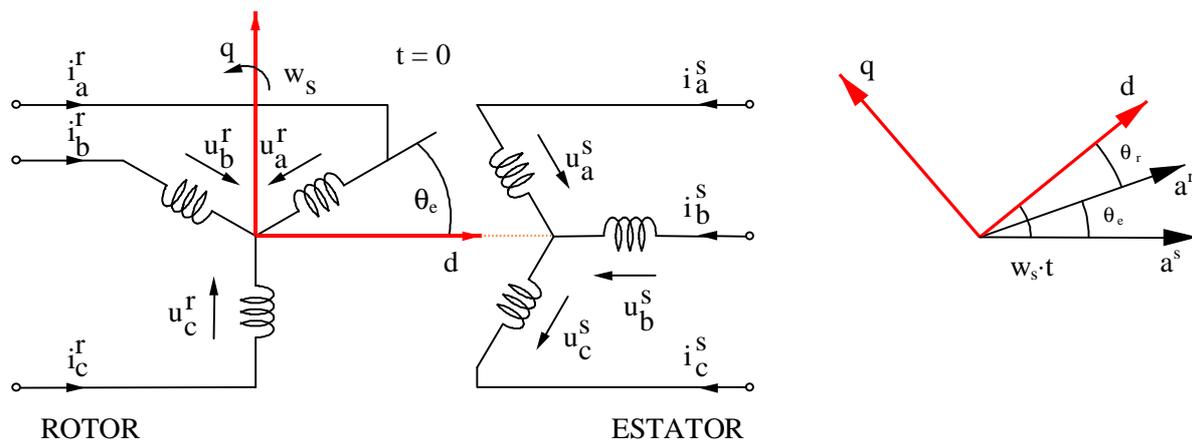


Fig. 8.- Posición relativa de los ejes d-q en el motor de inducción

En estas condiciones se hace el siguiente cambio de variable :

Estator:

$$i_d^s = \frac{2}{3} \cdot (i_a^s \cdot \cos(w_s t) + i_b^s \cdot \cos(w_s t - 120^\circ) + i_c^s \cdot \cos(w_s t + 120^\circ))$$

$$i_q^s = -\frac{2}{3} \cdot (i_a^s \cdot \sen(w_s t) + i_b^s \cdot \sen(w_s t - 120^\circ) + i_c^s \cdot \sen(w_s t + 120^\circ))$$

Rotor:

$$i_d^r = \frac{2}{3} \cdot (i_a^r \cdot \cos(\theta_r) + i_b^r \cdot \cos(\theta_r - 120^\circ) + i_c^r \cdot \cos(\theta_r + 120^\circ))$$

$$i_q^r = -\frac{2}{3} \cdot (i_a^r \cdot \text{sen}(\theta_r) + i_b^r \cdot \text{sen}(\theta_r - 120^\circ) + i_c^r \cdot \text{sen}(\theta_r + 120^\circ))$$

donde :

i_d^s : Corriente en el eje “d” del estator.

i_q^s : Corriente en el eje “q” del estator.

i_d^r : Corriente en el eje “d” del rotor.

i_q^r : Corriente en el eje “q” del rotor.

w_s : Velocidad de sincronismo.

θ_r : Ángulo entre el eje “d” y el devanado de la fase “a” del rotor.

Aplicando estas transformaciones a las ecuaciones temporales en componentes de fase, se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones, que representan el modelo del motor en ejes d-q.

Estator :

$$u_d^s = R_s \cdot i_d^s + \frac{d\lambda_d^s}{dt} - w_s \cdot \lambda_q^s \quad (1)$$

$$u_q^s = R_s \cdot i_q^s + \frac{d\lambda_q^s}{dt} + w_s \cdot \lambda_d^s \quad (2)$$

$$\lambda_d^s = L^s \cdot i_d^s + L_m \cdot i_d^r \quad L_m = \frac{3}{2} \cdot L_m^{sr} \quad (3)$$

$$\lambda_q^s = L^s \cdot i_q^s + L_m \cdot i_q^r \quad (4)$$

Rotor:

$$u_d^r = R_r \cdot i_d^r + \frac{d\lambda_d^r}{dt} - \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \lambda_q^r \quad (5)$$

$$u_q^r = R_r \cdot i_q^r + \frac{d\lambda_q^r}{dt} + \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \lambda_d^r \quad (6)$$

$$\lambda_d^r = L^r \cdot i_d^r + L_m \cdot i_d^s \quad (7)$$

$$\lambda_q^r = L^r \cdot i_q^r + L_m \cdot i_q^s \quad (8)$$

Ecuaciones de Potencia Eléctrica:

Estator :

$$p^s = u_a^s \cdot i_a^s + u_b^s \cdot i_b^s + u_c^s \cdot i_c^s$$

$$p^s = \frac{3}{2} \cdot (u_d^s \cdot i_d^s + u_q^s \cdot i_q^s)$$

Rotor :

$$p^r = u_a^r \cdot i_a^r + u_b^r \cdot i_b^r + u_c^r \cdot i_c^r$$

$$p^r = \frac{3}{2} \cdot (u_d^r \cdot i_d^r + u_q^r \cdot i_q^r)$$

Potencia Mecánica :

$$P_m = p^r - p_{\text{pérdidas}}$$

$$P_m = \frac{3}{2} \cdot \frac{d\theta_r}{dt} \cdot (\lambda_d^r \cdot i_q^r - \lambda_q^r \cdot i_d^r)$$

De la Fig. 8 se observa que el rotor se mueve con respecto a los ejes d-q a una velocidad de:

$$w_r - w_s = -\frac{d\theta_r}{dt}$$

además:

$$w_r = \frac{w_e}{p}$$

donde :

 w_r : Velocidad mecánica del rotor (eje). w_r w_e : Velocidad eléctrica del rotor .

p : Número de pares de polos.

Par Eléctrico :

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot (\lambda_q^r \cdot i_d^r - \lambda_d^r \cdot i_q^r) \cdot p \quad (9)$$

Par Mecánico :

El par mecánico se ha modelado como:

$$T_m = T_o \cdot (A \cdot w_m^2 + B w_m + C)$$

donde :

T_o : Par inicial.

A, B, C : Constantes del modelo.

w_m : Velocidad mecánica del rotor.

Ecuación de Oscilación :

$$J \cdot \frac{dw_m}{dt} = T_e - T_m - D \cdot w_m \quad (10)$$

donde:

J : Momento de inercia total.

D : Coeficiente de rozamiento.

4.2.1.- Modelo del motor de inducción en régimen permanente equilibrado

A partir de las ecuaciones dinámicas que describen el comportamiento del motor es posible obtener el modelo clásico del motor en régimen permanente cuando opera en condiciones simétricas y equilibradas.

Ecuaciones del estator :

En variables de fase:

$$i_a^s = I_m \cos(\omega_s t + \alpha)$$

$$i_b^s = I_m \cos(\omega_s t + \alpha - 120^\circ)$$

$$i_c^s = I_m \cos(\omega_s t + \alpha + 120^\circ)$$

En ejes d-q :

Tanto el sistema de ejes d-q como los fasores asociados a las variables temporales se mueven a la velocidad de sincronismo (ω_s). Por lo tanto, a partir de la Fig. 9 se puede plantear que :

$$i_d^s = I_m \cos(\alpha)$$

$$i_q^s = I_m \text{sen}(\alpha)$$

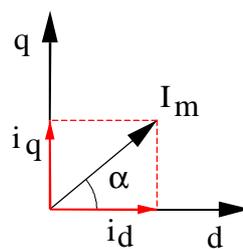


Fig. 9.- Relación entre variables d-q y de fase.

También , fasorialmente se cumplirá que :

$$J_a^s = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle \alpha = \frac{i_d^s + j \cdot i_q^s}{\sqrt{2}}$$

Realizando un análisis por fase se tiene que :

$$u_d^s = R_s \cdot i_d^s + \frac{d\lambda_d^s}{dt} - \omega_s \cdot \lambda_q^s$$

$$u_q^s = R_s \cdot i_q^s + \frac{d\lambda_q^s}{dt} + \omega_s \cdot \lambda_d^s$$

pero:

$$\frac{d\lambda_d^s}{dt} = 0 \text{ en estado estacionario}$$

$$\frac{d\lambda_q^s}{dt} = 0 \text{ en estado estacionario}$$

$$\lambda_q^s = L^s \cdot i_q^s + L_m \cdot i_q^r$$

$$\lambda_d^s = L^s \cdot i_d^s + L_m \cdot i_d^r$$

luego:

$$u_d^s = R_s \cdot i_d^s - \omega_s \cdot (L^s \cdot i_q^s + L_m \cdot i_q^r)$$

$$u_q^s = R_s \cdot i_q^s + \omega_s \cdot (L^s \cdot i_d^s + L_m \cdot i_d^r)$$

Fasorialmente :

$$U_a^s = \frac{u_d^s + j \cdot u_q^s}{\sqrt{2}}$$

reduciendo se obtiene :

$$U_a^s = R_s \cdot J_a^s + j \cdot \omega_s \cdot (L^s - L_m) \cdot i_a^s + j \cdot \omega_s \cdot L_m \cdot (J_a^s + J_a^r)$$

$$U_a^s = R_s \cdot J_a^s + j \cdot X_s \cdot i_a^s + j \cdot X_m \cdot (J_a^s + J_a^r)$$

donde :

$$X_s = \omega_s \cdot (L^s - L_m) \quad \text{Reactancia de dispersión del estator.}$$

$$X_m = \omega_s \cdot L_m \quad \text{Reactancia de magnetización del estator.}$$

Circuitalmente estas ecuaciones se pueden representar como se muestra en la Fig. 10.

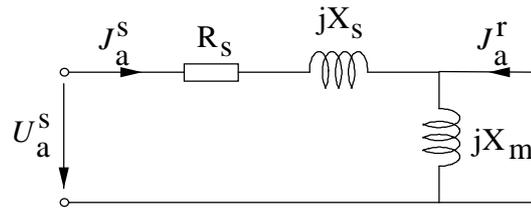


Fig. 10.- Circuito equivalente del estator del motor de inducción.

Ecuaciones del Rotor :

$$u_d^r = R_r \cdot i_d^r + \frac{d\lambda_d^r}{dt} - \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \lambda_q^r$$

$$u_q^r = R_r \cdot i_q^r + \frac{d\lambda_q^r}{dt} + \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \lambda_d^r$$

pero:

$$\frac{d\lambda_d^r}{dt} = 0$$

$$\frac{d\lambda_q^r}{dt} = 0$$

$$\lambda_d^r = L^r \cdot i_d^r + L_m \cdot i_d^s$$

$$\lambda_q^r = L^r \cdot i_q^r + L_m \cdot i_q^s$$

$$s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \quad \text{deslizamiento}$$

$$s \cdot \omega_s = \frac{d\theta_r}{dt}$$

Por lo tanto :

$$0 = R_r \cdot i_d^r - s \cdot \omega_s \cdot (L^r \cdot i_q^r + L_m \cdot i_q^s)$$

$$0 = R_r \cdot i_q^r + s \cdot \omega_s \cdot (L^r \cdot i_d^r + L_m \cdot i_d^s)$$

Fasorialmente :

$$U_a^r = \frac{u_d^r + j \cdot u_q^r}{\sqrt{2}}$$

reduciendo se obtiene :

$$0 = R_r \cdot J_a^r + s \cdot j \cdot \omega_s \cdot L^r \cdot J_a^r + s \cdot j \cdot \omega_s \cdot L_m \cdot J_a^s$$

$$0 = \frac{R_r}{s} \cdot J_a^r + j \cdot \omega_s \cdot (L^r - L_m) \cdot J_a^r + j \cdot \omega_s \cdot L_m \cdot (J_a^s + J_a^r)$$

$$0 = \frac{R_r}{s} \cdot J_a^r + j \cdot X_r \cdot J_a^r + j \cdot X_m \cdot (J_a^s + J_a^r)$$

donde :

$$X_r = \omega_s \cdot (L^r - L_m) \quad \text{Reactancia de dispersión del rotor.}$$

$$X_m = \omega_s \cdot L_m \quad \text{Reactancia de magnetización.}$$

Por lo tanto a partir de las ecuaciones anteriores, el circuito equivalente por fase del motor de inducción operando en régimen es el que se muestra en la Fig. 11.

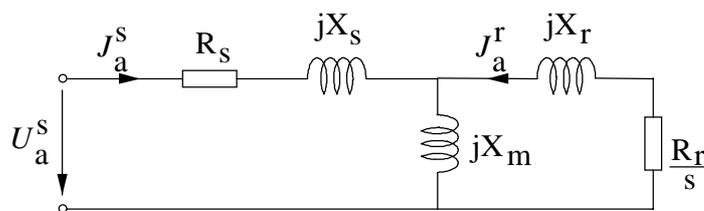


Fig. 11.- Circuito equivalente por fase del motor de inducción.

4.2.2.- Modelo transitorio del motor de inducción

Se desarrollará un modelo transitorio en por unidad para el motor de inducción, para lo cual se considerarán los siguientes valores bases :

Tensión base : Tensión máxima nominal [V], u_{base}

Intensidad base : Intensidad máxima nominal, i_{base}

Impedancia base : $Z_{base} = \frac{u_{base}}{i_{base}}$

Potencia base trifásica : $S_{base} = \frac{3}{2} \cdot u_{base} \cdot i_{base}$

Frecuencia base : Frecuencia nominal, f_{base}

Pulsación base : $\omega_{base} = 2 \cdot \pi \cdot f_{base}$

Pulsación mecánica base : $\omega_{m,base} = \frac{\omega_{base}}{p}$

Par base : $T_{base} = \frac{S_{base}}{\omega_{m,base}}$

Inductancia base: $L_{base} = \frac{u_{base}}{i_{base} \cdot \omega_{base}}$

Enlaces de flujo base : $\lambda_{base} = \frac{u_{base}}{\omega_{base}}$

Tiempo base : $t_{base} = \frac{1}{\omega_{base}}$

Ecuaciones expresadas en por unidad:

La ecuación (3) expresada en por unidad es:

$$\frac{\lambda_d^s}{\lambda_{base}} = \frac{L^s \cdot i_d^s}{\lambda_{base}} + \frac{L_m \cdot i_d^r}{\lambda_{base}}$$

$$\lambda_d^s (pu.) = \left(\frac{L^s \cdot i_d^s \cdot \omega_{base}}{u_{base}} + \frac{L_m \cdot i_d^r \cdot \omega_{base}}{u_{base}} \right) \cdot \frac{i_{base}}{i_{base}}$$

$$\lambda_d^s (pu.) = \frac{L^s \cdot i_{base} \cdot \omega_{base}}{u_{base}} \cdot \frac{i_d^s}{i_{base}} + \frac{L_m \cdot i_{base} \cdot \omega_{base}}{u_{base}} \cdot \frac{i_d^r}{i_{base}}$$

$$\lambda_d^s (pu.) = \frac{L^s}{L_{base}} \cdot \frac{i_d^s}{i_{base}} + \frac{L_m}{L_{base}} \cdot \frac{i_d^r}{i_{base}}$$

$$\lambda_d^s (pu.) = L^s (pu.) \cdot i_d^s (pu.) + L_m (pu.) \cdot i_d^r (pu.) \quad (11)$$

En forma análoga para las ecuaciones (4) , (7) y (8) se obtiene :

$$\lambda_q^s(pu.) = L^s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + L_m(pu.) \cdot i_q^r(pu.) \quad (12)$$

$$\lambda_d^r(pu.) = L^r(pu.) \cdot i_d^r(pu.) + L_m(pu.) \cdot i_d^s(pu.) \quad (13)$$

$$\lambda_q^r(pu.) = L^r(pu.) \cdot i_q^r(pu.) + L_m(pu.) \cdot i_q^s(pu.) \quad (14)$$

La ecuación (1) expresada en por unidad es :

$$\begin{aligned} \frac{u_d^s}{u_{base}} &= \frac{R_s \cdot i_d^s}{u_{base}} + \frac{d\lambda_d^s}{dt} \cdot \frac{1}{u_{base}} - \frac{w_s \cdot \lambda_q^s}{u_{base}} \\ \frac{u_d^s}{u_{base}} &= \frac{R_s \cdot i_d^s}{u_{base}} \cdot \frac{i_{base}}{i_{base}} + \frac{d\lambda_d^s}{dt} \cdot \frac{1}{u_{base}} \cdot \frac{w_{base}}{w_{base}} - \frac{w_s \cdot \lambda_q^s}{u_{base}} \cdot \frac{w_{base}}{w_{base}} \\ \frac{u_d^s}{u_{base}} &= \frac{R_s \cdot i_{base}}{u_{base}} \cdot \frac{i_d^s}{i_{base}} + \frac{d\lambda_d^s}{dt} \cdot \frac{w_{base}}{u_{base}} \cdot \frac{1}{w_{base}} - \frac{w_s}{w_{base}} \cdot \frac{\lambda_q^s \cdot w_{base}}{u_{base}} \\ \frac{u_d^s}{u_{base}} &= \frac{R_s}{Z_{base}} \cdot \frac{i_d^s}{i_{base}} + \frac{d\lambda_d^s}{dt} \cdot \frac{1}{\lambda_{base}} \cdot \frac{1}{w_{base}} - w_s(pu.) \cdot \frac{\lambda_q^s}{\lambda_{base}} \\ u_d^s(pu.) &= R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + \frac{d\lambda_d^s(pu.)}{dt} \cdot \frac{1}{w_{base}} - w_s(pu.) \cdot \lambda_q^s(pu.) \end{aligned} \quad (15)$$

de forma análoga para la ecuación (2):

$$u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + \frac{d\lambda_q^s(pu.)}{dt} \cdot \frac{1}{w_{base}} + w_s(pu.) \cdot \lambda_d^s(pu.) \quad (16)$$

La ecuación (5) expresada en por unidad es :

$$\begin{aligned} \frac{u_d^r}{u_{base}} &= \frac{R_r \cdot i_d^r}{u_{base}} + \frac{d\lambda_d^r}{dt} \cdot \frac{1}{u_{base}} - \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \frac{\lambda_q^r}{u_{base}} \\ \frac{u_d^r}{u_{base}} &= \frac{R_r \cdot i_d^r}{u_{base}} \cdot \frac{i_{base}}{i_{base}} + \frac{d\lambda_d^r}{dt} \cdot \frac{1}{u_{base}} \cdot \frac{w_{base}}{w_{base}} - \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \frac{\lambda_q^r}{u_{base}} \cdot \frac{w_{base}}{w_{base}} \\ \frac{u_d^r}{u_{base}} &= \frac{R_r \cdot i_{base}}{u_{base}} \cdot \frac{i_d^r}{i_{base}} + \frac{d\lambda_d^r}{dt} \cdot \frac{w_{base}}{u_{base}} \cdot \frac{1}{w_{base}} - \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{\lambda_q^r \cdot w_{base}}{u_{base}} \\ \frac{u_d^r}{u_{base}} &= \frac{R_r}{Z_{base}} \cdot \frac{i_d^r}{i_{base}} + \frac{d\lambda_d^r}{dt} \cdot \frac{1}{\lambda_{base}} \cdot \frac{1}{w_{base}} - \frac{(w_s - w_r)}{w_{base}} \cdot \frac{\lambda_q^r}{\lambda_{base}} \\ u_d^r(pu.) &= R_r(pu.) \cdot i_d^r(pu.) + \frac{d\lambda_d^r(pu.)}{dt} \cdot \frac{1}{w_{base}} - s \cdot \lambda_q^r(pu.) \end{aligned} \quad (17)$$

de forma análoga para la ecuación (6):

$$u_q^r(pu.) = R_r(pu.) \cdot i_q^r(pu.) + \frac{d\lambda_q^r(pu.)}{dt} \cdot \frac{1}{w_{base}} + s \cdot \lambda_d^r(pu.) \quad (18)$$

La ecuación (9) expresada en por unidad es:

$$\begin{aligned} \frac{T_e}{S_{base}} &= \frac{3}{2} \cdot (\lambda_q^r \cdot i_d^r - \lambda_d^r \cdot i_q^r) \cdot \frac{1}{S_{base}} \\ w_{base} & \quad w_{base} \\ \frac{T_e}{S_{base}} &= \frac{3}{2} \cdot (\lambda_q^r \cdot i_d^r - \lambda_d^r \cdot i_q^r) \cdot \frac{1}{\frac{3}{2} \cdot \frac{u_{base} \cdot i_{base}}{w_{base}}} \\ w_{base} & \quad 2 \quad w_{base} \\ T_e(pu.) &= \frac{\lambda_q^r \cdot w_{base}}{u_{base}} \cdot \frac{i_d^r}{i_{base}} - \frac{\lambda_d^r \cdot w_{base}}{u_{base}} \cdot \frac{i_q^r}{i_{base}} \\ T_e(pu.) &= \frac{\lambda_q^r}{\lambda_{base}} \cdot \frac{i_d^r}{i_{base}} - \frac{\lambda_d^r}{\lambda_{base}} \cdot \frac{i_q^r}{i_{base}} \\ T_e(pu.) &= \lambda_q^r(pu.) \cdot i_d^r(pu.) - \lambda_d^r(pu.) \cdot i_q^r(pu.) \end{aligned} \quad (19)$$

La ecuación (10) expresada en por unidad es:

$$\begin{aligned} \frac{J}{T_{base}} \cdot \frac{dw_m}{dt} &= \frac{T_e - T_m - D \cdot w_m}{T_{base}} \\ \frac{2}{2} \cdot \frac{w_{m,base}}{w_{m,base}} \cdot \frac{J}{S_{base}} \cdot \frac{dw_m}{dt} &= \frac{T_e - T_m - D \cdot w_m}{T_{base}} \\ 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{J \cdot (w_{m,base})^2}{S_{base}} \cdot \frac{dw_m}{dt} \cdot \frac{1}{w_{m,base}} &= \frac{T_e - T_m - D \cdot w_m}{T_{base}} \\ 2 \cdot H \cdot \frac{dw_m(pu.)}{dt} &= T_e(pu.) - T_m(pu.) - T_{roce}(pu.) \end{aligned} \quad (20)$$

donde :

$$H = \frac{1}{2} \cdot \frac{J \cdot (w_{m,base})^2}{S_{base}} \quad \text{Constante de inercia expresada en segundos.}$$

4.2.3.- Modelo del motor de inducción para análisis de estabilidad de tensión

Para el estudio del problema de estabilidad de tensión el motor de inducción puede modelarse realizando algunas simplificaciones que no resultan significativas en el estudio, pero que facilitan la interconexión entre el modelo del motor y la red eléctrica.

La simplificación que se realizará es no considerar la dinámica del estator, de manera que :

$$\frac{d\lambda_d^s}{dt} = 0 \quad ; \quad \frac{d\lambda_q^s}{dt} = 0$$

En estas condiciones las ecuaciones (15) y (16) quedarán expresadas como:

$$u_d^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + \frac{d\lambda_d^s(pu.)}{dt} \cdot \frac{1}{w_{base}} - w_s(pu.) \cdot \lambda_q^s(pu.)$$

$$u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + \frac{d\lambda_q^s(pu.)}{dt} \cdot \frac{1}{w_{base}} + w_s(pu.) \cdot \lambda_d^s(pu.)$$

luego :

$$u_d^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) - w_s(pu.) \cdot \lambda_q^s(pu.)$$

$$u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + w_s(pu.) \cdot \lambda_d^s(pu.)$$

haciendo uso de las ecuaciones (11) y (12) se tiene que:

$$u_d^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) - w_s(pu.) \cdot (L^s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + L_m(pu.) \cdot i_q^r(pu))$$

$$u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + w_s(pu.) \cdot (L^s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + L_m(pu.) \cdot i_d^r(pu))$$

de la ecuación (14) se obtiene que:

$$i_q^r(pu.) = \frac{\lambda_q^r(pu.) - L_m(pu.) \cdot i_q^s(pu.)}{L^r(pu.)} \quad (21)$$

por lo tanto:

$$u_d^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) - w_s(pu.) \cdot L^s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) - \\ - w_s(pu.) \cdot L_m(pu.) \cdot \left(\frac{\lambda_q^r(pu.) - L_m(pu.) \cdot i_q^s(pu.)}{L^r(pu.)} \right)$$

reduciendo se obtiene :

$$u_d^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) - w_s(pu.) \cdot L^s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) - w_s(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot \lambda_q^r(pu.) + \\ + w_s(pu.) \cdot \frac{L_m^2(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot i_q^s(pu.)$$

$$u_d^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) - w_s(pu.) \cdot \left(L^s(pu.) - \frac{L_m^2(pu.)}{L^r(pu.)} \right) \cdot i_q^s(pu.) - w_s(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot \lambda_q^r(pu.)$$

lo cual se puede expresar como :

$$u_d^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) - X' \cdot i_q^s(pu.) + u_d'(pu.)$$

donde :

$$u_d'(pu.) = -w_s(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot \lambda_q^r(pu.) \\ X'(pu.) = w_s(pu.) \cdot \left(L^s(pu.) - \frac{L_m^2(pu.)}{L^r(pu.)} \right)$$

Para el caso de $u_q^s(pu.)$ se tendrá que :

$$u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + w_s(pu.) \cdot \left(L^s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + L_m(pu.) \cdot i_d^r(pu.) \right)$$

pero:

$$i_d^r(pu.) = \frac{\lambda_d^r(pu.) - L_m(pu.) \cdot i_d^s(pu.)}{L^r(pu.)} \quad (22)$$

luego:

$$u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + w_s(pu.) \cdot L^s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + \\ + w_s(pu.) \cdot L_m(pu.) \cdot \left(\frac{\lambda_d^r(pu.) - L_m(pu.) \cdot i_d^s(pu.)}{L^r(pu.)} \right)$$

reduciendo se obtiene:

$$u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + w_s(pu.) \cdot L^s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + w_s(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot \lambda_d^r(pu.) - \\ - w_s(pu.) \cdot \frac{L_m^2(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot i_d^s(pu.)$$

$$u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + w_s(pu.) \cdot \left(L^s(pu.) - \frac{L_m^2(pu.)}{L^r(pu.)} \right) \cdot i_d^s(pu.) + w_s(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot \lambda_d^r(pu.)$$

lo cual se puede expresar como :

$$u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + X' \cdot i_d^s(pu.) + u_q'(pu.)$$

donde :

$$u_q'(pu.) = w_s(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot \lambda_d^r(pu.)$$

En resumen, el estator del motor de inducción se modela con las siguientes ecuaciones:

$$u_d^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) - X' \cdot i_q^s(pu.) + u_d'(pu.) \quad (23)$$

$$u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + X' \cdot i_d^s(pu.) + u_q'(pu.) \quad (24)$$

Multiplicando la ecuación (24) por “j” y sumándole la ecuación (23) se obtiene :

$$u_d^s(pu.) + j \cdot u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) - X'(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + u_d'(pu.) + j \cdot R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + j \cdot X'(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + j \cdot u_q'(pu.)$$

$$u_d^s(pu.) + j \cdot u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot (i_d^s(pu.) + j \cdot i_q^s(pu.)) - X'(pu.) \cdot (i_q^s(pu.) - j \cdot i_d^s(pu.)) + u_d'(pu.) + j \cdot u_q'(pu.)$$

$$u_d^s(pu.) + j \cdot u_q^s(pu.) = R_s(pu.) \cdot (i_d^s(pu.) + j \cdot i_q^s(pu.)) + X'(pu.) \cdot (i_d^s(pu.) + j \cdot i_q^s(pu.)) + (u_d'(pu.) + j \cdot u_q'(pu.))$$

$$U^s = R_s \cdot J^s + j \cdot X' \cdot J^s + U' \quad (25)$$

La ecuación (25) se puede representar Circuitalmente como se muestra en la Fig. 12:

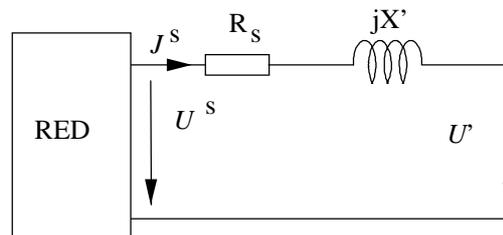


Fig. 12.- Enlace temporal del motor con la red.

Cálculo de $X'(pu.)$:

El valor de X' se puede obtener a partir de los parámetros del motor en régimen permanente, de la Fig. 8 se observa que :

$$L_s(pu.) = L^s(pu.) - L_m(pu.) \quad \Rightarrow \quad L^s(pu.) = L_s(pu.) + L_m(pu.)$$

$$L_r(pu.) = L^r(pu.) - L_m(pu.) \quad \Rightarrow \quad L^r(pu.) = L_r(pu.) + L_m(pu.)$$

luego :

$$X'(pu.) = w_s(pu.) \cdot \left(L^s(pu.) - \frac{L_m^2(pu.)}{L^r(pu.)} \right)$$

$$X'(pu.) = w_s(pu.) \cdot \left(L_s(pu.) + L_m(pu.) - \frac{L_m^2(pu.)}{L_r(pu.) + L_m(pu.)} \right)$$

$$X'(pu.) = w_s(pu.) \cdot \left(L_s(pu.) + \frac{L_m(pu.) \cdot L_r(pu.)}{L_r(pu.) + L_m(pu.)} \right)$$

$$X'(pu.) = X_s(pu.) + \frac{X_m(pu.) \cdot X_r(pu.)}{X_r(pu.) + X_m(pu.)}$$

Cálculo de $U'(pu.)$:

Como en el motor de inducción está en cortocircuito a partir de la ecuaciones(17), se puede plantear que :

$$u_d^r(pu.) = R_r(pu.) \cdot i_d^r(pu.) + \frac{d\lambda_d^r(pu.)}{dt} \cdot \frac{1}{w_{base}} - s \cdot \lambda_q^r(pu.) = 0$$

sustituyendo en esta ecuación la ecuación (22) se obtiene:

$$R_r(pu.) \cdot \left(\frac{\lambda_d^r(pu.) - L_m(pu.) \cdot i_d^s(pu.)}{L^r(pu.)} \right) + \frac{d\lambda_d^r(pu.)}{dt} \cdot \frac{1}{w_{base}} - s \cdot \lambda_q^r(pu.) = 0$$

$$\frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{d\lambda_d^r(pu.)}{dt} = -R_r(pu.) \cdot \left(\frac{\lambda_d^r(pu.) - L_m(pu.) \cdot i_d^s(pu.)}{L^r(pu.)} \right) + s \cdot \lambda_q^r(pu.)$$

$$\frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{d\lambda_d^r(pu.)}{dt} = -\frac{R_r(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot \lambda_d^r(pu.) + R_r(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot i_d^s(pu.) + s \cdot \lambda_q^r(pu.)$$

pero :

$$u'_d(pu.) = -w_s(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot \lambda'_q(pu.) \quad \Rightarrow \quad \lambda'_q(pu.) = -\frac{1}{w_s(pu.)} \cdot \frac{L^r(pu.)}{L_m(pu.)} \cdot u'_d(pu.)$$

$$u'_q(pu.) = w_s(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot \lambda'_d(pu.) \quad \Rightarrow \quad \lambda'_d(pu.) = \frac{1}{w_s(pu.)} \cdot \frac{L^r(pu.)}{L_m(pu.)} \cdot u'_q(pu.)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \frac{1}{w_{base}} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{w_s(pu.)} \frac{L^r(pu.)}{L_m(pu.)} u'_q(pu.) \right) &= -\frac{R_r(pu.)}{L^r(pu.)} \frac{1}{w_s(pu.)} \frac{L^r(pu.)}{L_m(pu.)} u'_q(pu.) + \\ &+ R_r(pu.) \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} i_d^s(pu.) + s \cdot \lambda'_q(pu.) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{du'_q(pu.)}{dt} &= -\frac{R_r(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot u'_q(pu.) + w_s(pu.) \cdot R_r(pu.) \cdot \left(\frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \right)^2 \cdot i_d^s(pu.) + \\ &+ s \cdot w_s(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \lambda'_q(pu.) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{w_{base}} \frac{du'_q(pu.)}{dt} &= -\frac{R_r(pu.)}{L^r(pu.)} u'_q(pu.) + w_s(pu.) R_r(pu.) \left(\frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \right)^2 i_d^s(pu.) - \\ &- s \cdot w_s(pu.) \frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \frac{1}{w_s(pu.)} \frac{L^r(pu.)}{L_m(pu.)} u'_d(pu.) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{du'_q(pu.)}{dt} = -\frac{R_r(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot u'_q(pu.) + w_s(pu.) \cdot R_r(pu.) \cdot \left(\frac{L_m(pu.)}{L^r(pu.)} \right)^2 \cdot i_d^s(pu.) - s \cdot u'_d(pu.)$$

$$\frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{du'_q(pu.)}{dt} = -\frac{R_r(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot \left(u'_q(pu.) - w_s(pu.) \cdot \frac{L_m^2(pu.)}{L^r(pu.)} \cdot (pu.) \cdot i_d^s(pu.) \right) - s \cdot u'_d(pu.)$$

$$\frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{du'_q(pu.)}{dt} = -\frac{1}{T_0} \cdot \left(u'_q(pu.) - (X(pu.) - X'(pu.)) \cdot i_d^s(pu.) \right) - \frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{d\theta_r}{dt} \cdot u'_d(pu.)$$

donde :

$$X(pu.) = w_s(pu.) \cdot (L_s(pu.) + L_m(pu.))$$

de forma análoga se obtiene, haciendo $u_q^r = 0$

$$\frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{du_d'(pu.)}{dt} = -\frac{1}{T_0'} \cdot (u_d'(pu.) + (X(pu.) - X'(pu.)) \cdot i_q^s(pu.)) + \frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{d\theta_r}{dt} \cdot u_q'(pu.)$$

Para el par eléctrico se tiene:

Sustituyendo en la ecuación (19) las ecuaciones (21) y (22) se obtiene:

$$T_e(pu.) = \lambda_q^r(pu.) \cdot \left(\frac{\lambda_d^r(pu.) - L_m(pu.) \cdot i_d^s(pu.)}{L^r(pu.)} \right) - \lambda_d^r(pu.) \cdot \left(\frac{\lambda_q^r(pu.) - L_m(pu.) \cdot i_q^s(pu.)}{L^r(pu.)} \right)$$

$$T_e(pu.) = -\lambda_q^r(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.) \cdot i_d^s(pu.)}{L^r(pu.)} + \lambda_d^r(pu.) \cdot \frac{L_m(pu.) \cdot i_q^s(pu.)}{L^r(pu.)}$$

Reemplazando las expresiones para $u_d'(pu.)$ y $u_q'(pu.)$:

$$T_e(pu.) = \frac{u_d'(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + u_q'(pu.) \cdot i_q^s(pu.)}{w_s(pu.)}$$

En resumen, el conjunto de ecuaciones que se van a emplear para realizar la simulación dinámica son:

$$\frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{du_d'(pu.)}{dt} = -\frac{1}{T_0'} \cdot (u_d'(pu.) + (X(pu.) - X'(pu.)) \cdot i_q^s(pu.)) + \frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{d\theta_r}{dt} \cdot u_q'(pu.)$$

$$\frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{du_q'(pu.)}{dt} = -\frac{1}{T_0'} \cdot (u_q'(pu.) - (X(pu.) - X'(pu.)) \cdot i_d^s(pu.)) - \frac{1}{w_{base}} \cdot \frac{d\theta_r}{dt} \cdot u_d'(pu.)$$

$$2 \cdot H \cdot \frac{dw_m(pu.)}{dt} = T_e(pu.) - T_o(pu.) \cdot (A \cdot w_m^2(pu.) + Bw_m(pu.) + C) - T_{roce}(pu.)$$

4.2.4 Cálculo de las condiciones iniciales del motor de inducción

El cálculo de las condiciones iniciales se realiza a partir de la información del régimen permanente. De esta situación se conoce la tensión en bornes del motor, así como la potencia activa consumida por el motor.

A partir de estos datos se obtendrá el valor del deslizamiento correspondiente a la situación de régimen permanente, y por la tanto la velocidad del rotor, completándose el cálculo con la obtención del par mecánico inicial.

El circuito del motor de inducción válido para el régimen permanente es el que se muestra en la Fig. 13.

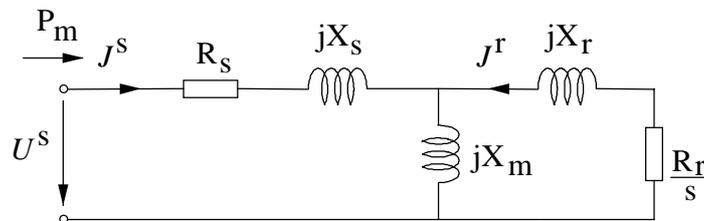


Fig. 13.- Circuito equivalente del motor de inducción para Régimen Permanente.

Los datos de régimen permanente que se conocen son:

$$U^s = 1 \angle 0^\circ \text{ pu.}$$

$$P_m = 0,6 \text{ pu.}$$

De la figura se puede deducir:

$$P_m = R_s \cdot (I^s)^2 + \frac{R_r}{s} \cdot (I^r)^2 \quad (26)$$

Por otra parte:

$$I^s = \frac{U^s}{R_s + j \cdot X_s + \frac{\left(\frac{R_r}{s} + j \cdot X_r \right) \cdot j \cdot X_m}{\left(\frac{R_r}{s} + j \cdot X_r + j \cdot X_m \right)}} \quad (27)$$

$$J^s = \frac{1 \cdot \left(\frac{R_r}{s} + j \cdot (X_r + X_m) \right)}{\frac{R_s \cdot R_r}{s} - X_s \cdot (X_m + X_r) - X_r \cdot X_m + j \cdot \left(\frac{X_s \cdot R_r}{s} + R_s \cdot (X_m + X_r) + \frac{R_r \cdot X_m}{s} \right)}$$

$$J^r = J^s \cdot \frac{j \cdot X_m}{\left(\frac{R_r}{s} + j \cdot (X_r + X_m) \right)}$$

$$J^r = \frac{j \cdot X_m}{\frac{R_s \cdot R_r}{s} - X_s \cdot (X_m + X_r) - X_r \cdot X_m + j \cdot \left(\frac{X_s \cdot R_r}{s} + R_s \cdot (X_m + X_r) + \frac{R_r \cdot X_m}{s} \right)}$$

$$(I^s)^2 = \frac{\left(\frac{R_r}{s} \right)^2 + (X_r + X_m)^2}{\left(\frac{R_s \cdot R_r}{s} - X_s \cdot (X_m + X_r) - X_r \cdot X_m \right)^2 + \left(\frac{X_s \cdot R_r}{s} + R_s \cdot (X_m + X_r) + \frac{R_r \cdot X_m}{s} \right)^2}$$

$$(I^r)^2 = \frac{(X_m)^2}{\left(\frac{R_s \cdot R_r}{s} - X_s \cdot (X_m + X_r) - X_r \cdot X_m \right)^2 + \left(\frac{X_s \cdot R_r}{s} + R_s \cdot (X_m + X_r) + \frac{R_r \cdot X_m}{s} \right)^2}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación n se obtiene una ecuación de segundo grado en s (deslizamiento), como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} P_m \cdot \left[\left(\frac{R_s \cdot R_r}{s} - X_s \cdot (X_m + X_r) - X_r \cdot X_m \right)^2 + \left(\frac{X_s \cdot R_r}{s} + R_s \cdot (X_m + X_r) + \frac{R_r \cdot X_m}{s} \right)^2 \right] = \\ = R_s \cdot \left[\left(\frac{R_r}{s} \right)^2 + (X_r + X_m)^2 \right] + \frac{R_r}{s} \cdot (X_m)^2 \end{aligned}$$

Operando y agrupando

$$\begin{aligned} s^2 \cdot [P_m \cdot (A^2 + B^2) - R_s \cdot (X_r + X_m)^2] + s \cdot [2 \cdot P_m \cdot (R_s \cdot R_r \cdot A + B \cdot (X_s \cdot R_r + R_r \cdot X_m)) - R_r \cdot (X_m)^2] + \\ + P_m \cdot [(R_s \cdot R_r)^2 + (X_s \cdot R_r + R_r \cdot X_m)^2 - R_s \cdot (R_r)^2] = 0 \end{aligned}$$

donde:

$$A = -X_s \cdot (X_m + X_r) - X_r \cdot X_m$$

$$B = R_s \cdot (X_m + X_r)$$

Tomando los siguientes valores por unidad,

$$R_s = 0.031 pu.$$

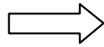
$$X_s = 0.1 pu.$$

$$X_m = 3.2 pu.$$

$$X_r = 0.18 pu.$$

$$P_m = 0.6$$

$$0.1537 \cdot s^2 - 0.1775 \cdot s + 0.0021 = 0$$



cuyas soluciones son:

$$s_1 = 1.1428$$

$$s_2 = 0.0120$$

De esta ecuación de segundo grado se toma el valor mínimo, ya que vamos a trabajar en la zona de comportamiento estable del motor.

$$s = 0.012$$

La velocidad del rotor en por unidad (es lo mismo eléctrica que mecánica) se calcula de la siguiente forma:

$$s = \frac{w_s(pu.) - w_r(pu.)}{w_s(pu.)}$$

Como se ha considerado que $w_{base} = w_s$ entonces la ecuación anterior se expresa como:

$$s = 1 - w_r(pu.)$$

La velocidad inicial del rotor en por unidad es:

$$w_r(pu.) = 1 - s$$

$$w_r(pu.) = 0.9880 pu.$$

Par Inicial :

Como se sabe que en régimen permanente $T_e = T_m$ entonces el par se puede evaluar a partir de:

$$T_e(pu.) = \frac{u'_d(pu.) \cdot i'_d(pu.) + u'_q(pu.) \cdot i'_q(pu.)}{w_s(pu.)}$$

$$T_e(pu.) = T_o(pu.) \cdot (A \cdot w_m^2(pu.) + Bw_m(pu.) + C) + D \cdot w_m(pu.) = T_m(pu.)$$

donde para el caso de estudio:

$$A = 1, \quad B = 0, \quad C = 0, \quad D = 0, \quad w_s(pu.) = 1$$

i'_d : Parte real de la corriente J^s

i'_q : Parte imaginaria de la corriente J^s

u'_d : Parte real de la tensión U'

u'_q : Parte imaginaria de la tensión U'

Sustituyendo los valores anteriores en la ecuación (27) se obtiene :

$$i'_d = 0.6 pu., \quad i'_q = 0.3997 pu.$$

De la figura siguiente se deduce que :

$$U' = U^s - (R_s + j \cdot X') \cdot J^s$$

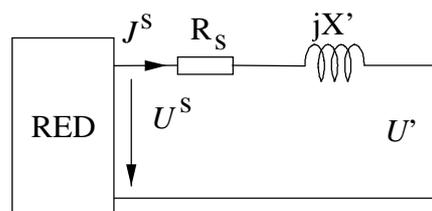
luego:

$$u'_d = 0.8733 pu.$$

$$u'_q = -0.1499 pu.$$

Por lo tanto, el par mecánico inicial es:

$$T_0 = 0.5982 pu.$$



Es importante destacar que si se calcula la potencia reactiva absorbida por el motor a partir de estos resultados se obtendría un valor de $Q_m = 0.3997 pu.$

El cálculo de todas estas condiciones iniciales se encuentra en el archivo *cinic.m* en el anexo.

4.3.- Modelo del compensador estático de reactiva (SVC)

Se desarrollará un modelo que controlará el valor de la potencia reactiva inyectada al nudo donde se coloque el compensador estático de potencia reactiva (SVC).

El esquema del dispositivo con sus componentes se muestra en la Fig. 14.

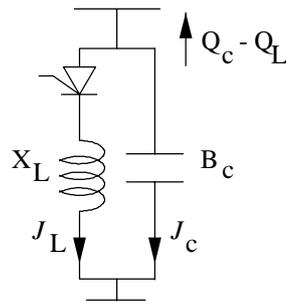


Fig. 14.- Modelo del SVC.

El funcionamiento del dispositivo es el que se detalla a continuación:

Se compone de una bobina caracterizada por una reactancia constante X_L por donde circula una intensidad de valor eficaz I_L que se controla con el ángulo de disparo del tiristor que se encuentra en serie con ella, y un condensador caracterizado por una susceptancia constante B_c . La aportación de potencia reactiva al nudo será: $Q_c - Q_L$.

Para un valor de tensión dado, la bobina puede tomar un valor entre un valor máximo L_{max} y un valor mínimo L_{min} dependiendo del ángulo de disparo del tiristor. A menor valor de inductancia, para una tensión dada, la intensidad es mayor, por tanto este comportamiento se puede representar gráficamente como muestra la Fig. 15:

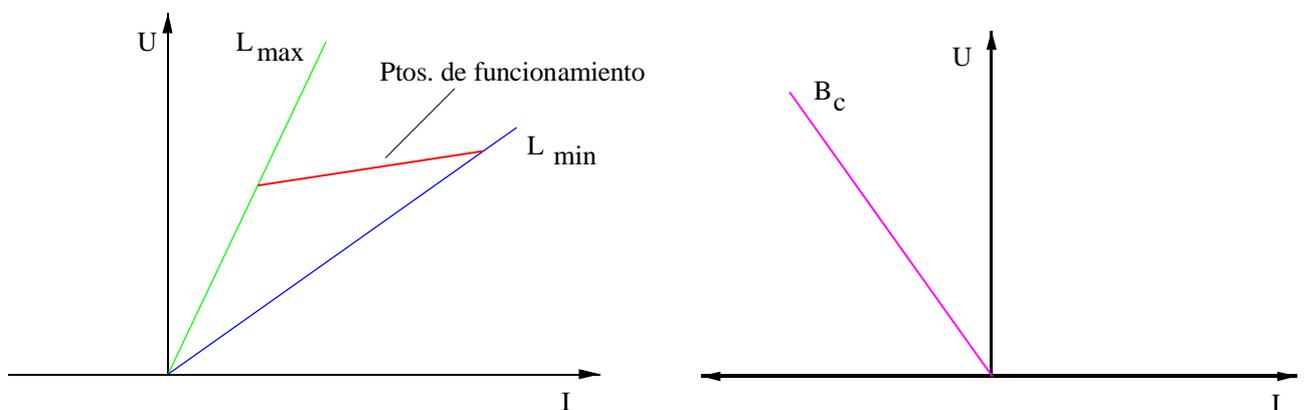


Fig. 15.- Curvas de funcionamiento de la bobina variable y condensador fijo del SVC.

Por otra parte para un valor de tensión dado el condensador presenta un valor constante B_c y la relación tensión e intensidad es la que muestra la Fig. 15.

Teniendo en cuenta estos dos efectos se tiene que el SVC se puede representar como una bobina de valor variable. Mientras exista control del ángulo de disparo el SVC opera en la recta roja (Fig. 16), pero al llegar al límite superior e inferior del mismo el SVC se comporta como una bobina de valor L'_{max} o una bobina de valor L'_{min} , es decir, un condensador.

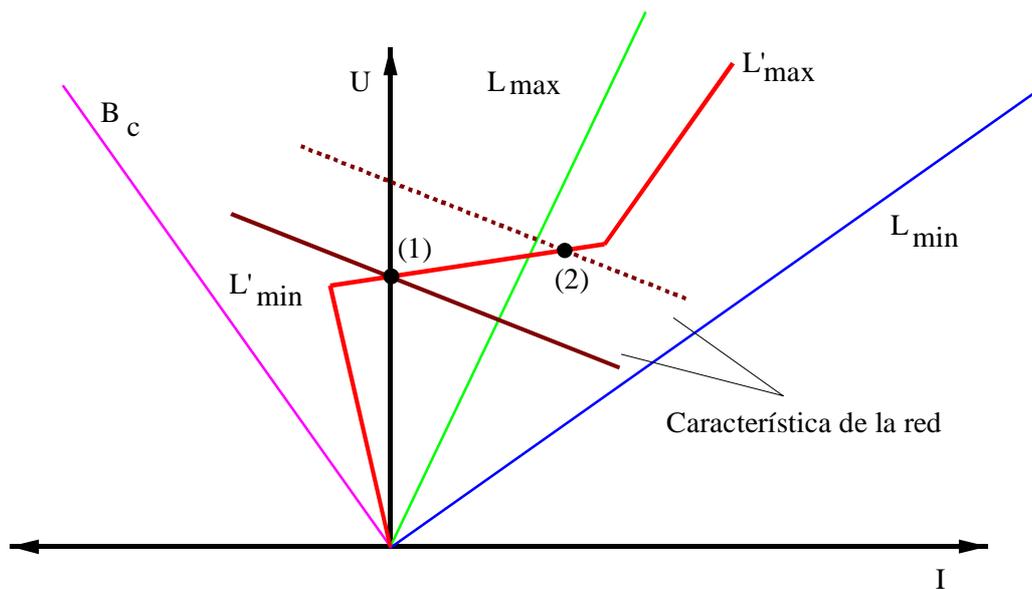


Fig. 16.- Curvas de funcionamiento del SVC.

Circuitalmente el SVC se puede representar como indica la Fig. 17

$$U = \varepsilon_{eq} - j \cdot X_{eq} \cdot J$$

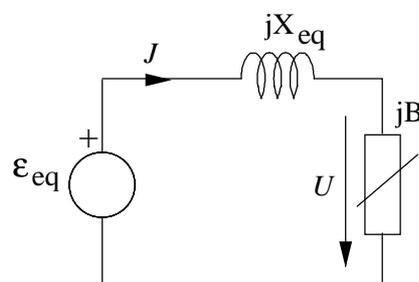


Fig. 17.- Enlace de la red con el SVC.

Esta ecuación representa la recta de la característica de la red. El punto de corte de esta recta con la característica del SVC, representa el punto de funcionamiento. El punto de consigna en el que no se cede ni absorbe reactiva es el punto (1) marcado en la Fig. 16 que representa el nivel de tensión de referencia que se desea mantener.

Si la tensión de la red cambia por cualquier motivo, la recta de funcionamiento se desplaza paralelamente a la anterior (recta discontinua de la Fig. 16), siendo ahora el nuevo punto de funcionamiento el indicado como (2), donde se observa que el nuevo valor de tensión varía levemente, ya que el SVC se encuentra operando dentro de sus límites (L_{\max} y L_{\min}).

Si bien sería deseable que la característica de este dispositivo tuviera una pendiente próxima a cero, esto tiene la desventaja de que se producirían sobrecargas de los dispositivos de pendiente nula, que tenderían a hacerse cargo de toda la variación de tensión, frente a los dispositivos de pendiente no nula.

4.4.- Modelo del compensador síncrono

El modelo del compensador síncrono puede obtenerse a partir del análisis de un generador síncrono que trabaja sin carga (Potencia activa nula), por lo tanto las ecuaciones de funcionamiento son las mismas. Éstas se podrían desarrollar de forma análoga a como se hizo en el análisis del motor de inducción, a partir de las ecuaciones temporales correspondientes a cada fase y luego establecer un cambio de variables de fase a ejes d-q.

Este análisis es más complejo que el del motor de inducción, entre otras cosas por la existencia de un devanado de excitación que hace que el rotor no sea simétrico.

Se comenzará el análisis con las ecuaciones del comportamiento del generador en ejes d-q, tomando como referencia intensidades saliendo de la máquina. En este caso los ejes d-q se mueven a la velocidad del rotor (w_r) que no es igual a la de sincronismo durante el transitorio, esto por ejemplo causa que no exista una correspondencia directa entre los ejes d-q y los ejes real-imaginario como ocurría en el motor de inducción, razón por la cual la interfase entre el generador y el sistema de potencia debe tener en cuenta este efecto.

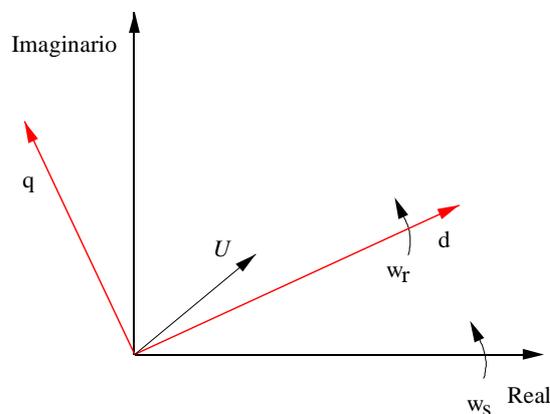


Fig.18.- Diagrama de ejes d-q para el compensador Síncrono.

Estató:

$$u_d^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + \frac{d\lambda_d^s(pu.)}{dt} - w_r(pu.) \cdot \lambda_q^s(pu.)$$

$$u_q^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + \frac{d\lambda_q^s(pu.)}{dt} + w_r(pu.) \cdot \lambda_d^s(pu.)$$

Para el análisis de estabilidad de tensión se pueden realizar las siguientes simplificaciones :

- Se ignoran los transitorios del estator, es decir :

$$\frac{d\lambda_d^s(pu)}{dt} = 0$$

$$\frac{d\lambda_q^s(pu)}{dt} = 0$$

con lo cual se mejora la compatibilidad con el sistema.

- Se asume que $w_r(pu.) = 1$, lo cual es válido en régimen permanente no así en el transitorio. Sin embargo, esta simplificación no es válida al establecer la ecuación de oscilación de la máquina.

Por lo tanto:

$$u_d^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) - \lambda_q^s(pu.)$$

$$u_q^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + \lambda_d^s(pu.)$$

A continuación se describirán las ecuaciones correspondientes a los enlaces de flujo, para lo cual resulta útil los siguientes diagramas auxiliares :

Para el eje d:

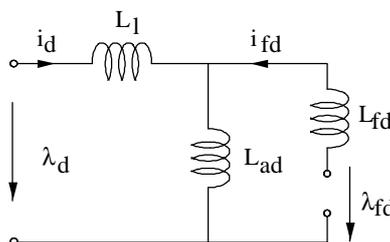


Fig. 19.- Diagrama auxiliar para el eje d.

donde :

L_l : Inductancia del estator en por unidad.

L_{ad} : Inductancia mutua estator-rotor para el eje d en por unidad.

L_{fd} : Inductancia del devanado de excitación en por unidad.

De la Fig. 19 se obtiene:

$$\begin{aligned}\lambda_d^s(pu.) &= -L_l \cdot i_d^s + L_{ad} \cdot (i_{fd}(pu.) - i_d^s(pu.)) \\ \lambda_d^s(pu.) &= -(L_l + L_{ad}) \cdot i_d^s(pu.) + L_{ad} \cdot i_{fd}(pu.) = -X_d \cdot i_d^s(pu.) + L_{ad} \cdot i_{fd}(pu.)\end{aligned}\quad (28)$$

la impedancia en por unidad vista desde el estator con el rotor en circuito abierto es :

$$X_d = L_d = L_l + L_{ad}$$

la impedancia en por unidad vista desde el estator con el rotor en cortocircuito es :

$$X_d' = L_d' = L_l + \frac{L_{ad} \cdot L_{fd}}{L_{ad} + L_{fd}}$$

Para el eje q:

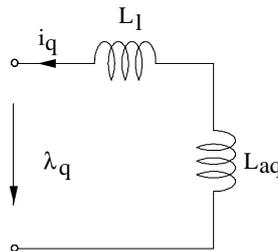


Fig. 20.- Diagrama auxiliar para el eje q.

Para el eje q no se representa el rotor y por lo tanto a partir de la Fig. 18 se deduce:

$$\lambda_q^s(pu.) = -(L_l + L_{aq}) \cdot i_q^s(pu.) = -L_q \cdot i_q^s(pu.) = -X_q \cdot i_q^s(pu.)\quad (29)$$

donde:

L_{aq} : Inductancia mutua estator-rotor para el eje q en por unidad.

$$X_q = L_q = L_l + L_{aq}$$

Interfase con el sistema de excitación:

De la Fig. 19:

$$\begin{aligned}\lambda_{fd}(pu.) &= (L_{fd} + L_{ad}) \cdot i_{fd}(pu.) - L_{ad} \cdot i_d^s(pu.) \\ \lambda_{fd}(pu.) &= L_{ffd} \cdot i_{fd}(pu.) - L_{ad} \cdot i_d^s(pu.)\end{aligned}\quad (30)$$

La tensión de alimentación del devanado de excitación, se puede expresar como:

$$u_{fd}(pu.) = R_{ff} \cdot i_{fd}(pu.) + \frac{d\lambda_{fd}(pu.)}{dt} \quad (31)$$

donde:

$$L_{ffd} = L_{fd} + L_{ad}$$

R_{ff} : Resistencia del devanado de excitación.

Las ecuaciones anteriores se pueden expresar en función de otras variables, que suelen ser las que especifican los fabricantes:

$E_l(pu.) = L_{ad} \cdot i_{fd}(pu.)$ Tensión proporcional a la excitación (útil para la interfase con el sistema de excitación).

$E_q^s(pu.) = \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \cdot \lambda_{fd}(pu.)$ Tensión proporcional con los enlaces de flujo (útil para la interfase con el sistema de potencia).

$E_{fd}(pu.) = \frac{L_{ad}}{R_{ff}} \cdot u_{fd}(pu.)$ Tensión proporcional a la tensión de excitación (útil para la interfase con el sistema de excitación).

A partir de estas nuevas variables, las ecuaciones (28) y (29) se pueden expresar como:

$$\lambda_d^s(pu.) = -L_d \cdot i_d^s(pu.) + E_l(pu.)$$

$$\lambda_q^s(pu.) = -L_q \cdot i_q^s(pu.)$$

También combinando con la ecuación (30), se obtiene:

$$E'_q(pu.) = \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \cdot (L_{ffd} \cdot i_{fd}(pu.) - L_{ad} \cdot i'_d(pu.))$$

$$E'_q(pu.) = L_{ad} \cdot i_{fd}(pu.) - \frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}} \cdot i'_d(pu.)$$

$$E'_q(pu.) = E_l(pu.) - \frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}} \cdot i'_d(pu.)$$

Recordando que:

$$X'_d = L'_d = L_l + \frac{L_{ad} \cdot L_{fd}}{L_{ad} + L_{fd}} \quad \text{Combinándolas:} \quad X'_d = L_d - L_{ad} + \frac{L_{ad} \cdot L_{fd}}{L_{ad} + L_{fd}} = L_d - \frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}}$$

$$X_d = L_d = L_l + L_{ad} \quad X'_d - X_d = -\frac{L_{ad}^2}{L_{ffd}}$$

por lo tanto:

$$E'_q(pu.) = E_l(pu.) + (X'_d - X_d) \cdot i'_d(pu.)$$

De la ecuación (31), se tiene que:

$$\frac{d\lambda_{fd}(pu.)}{dt} = u_{fd}(pu.) - R_{ff} \cdot i_{fd}(pu.)$$

Además:

$$\frac{dE'_q(pu.)}{dt} = \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \cdot (u_{fd}(pu.) - R_{ff} \cdot i_{fd}(pu.))$$

$$\frac{dE'_q(pu.)}{dt} = \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \cdot \frac{R_{ff}}{L_{ffd}} \cdot E_{fd}(pu.) - \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \cdot R_{ff} \cdot i_{fd}(pu.)$$

$$\frac{dE'_q(pu.)}{dt} = \frac{L_{ad}}{L_{ffd}} \cdot \frac{R_{ff}}{L_{ffd}} \cdot E_{fd}(pu.) - \frac{R_{ff}}{L_{ffd}} \cdot E_l(pu.)$$

Definiendo:

$$T'_{do} = \frac{L_{ffd}}{R_{ff}} \quad \text{Constante de tiempo del rotor.}$$

La ecuación anterior queda:

$$\frac{dE'_q(pu.)}{dt} = \frac{1}{T'_{do}} \cdot (E_{fd}(pu.) - E_l(pu.))$$

Ecuación de oscilación :

$$2 \cdot H \cdot \frac{dw_m(pu.)}{dt} = T_m(pu.) - T_e(pu.)$$

$$T_e(pu.) = \frac{u'_d(pu.) \cdot i'_d(pu.) + u'_q(pu.) \cdot i'_q(pu.)}{w_s(pu.)}$$

En un compensador síncrono $T_m = 0$

como $w_r = 1$ pu.

$$2 \cdot H \cdot \frac{dw_m(pu.)}{dt} = P_m(pu.) - P_e(pu.)$$

$$w_m(pu.) = w_o(pu.) + \Delta w_m(pu.)$$

$$w_m(pu.) \cdot t = w_o(pu.) \cdot t + \Delta w_m(pu.) \cdot t$$

$$\delta_T = \delta_0 + \delta$$

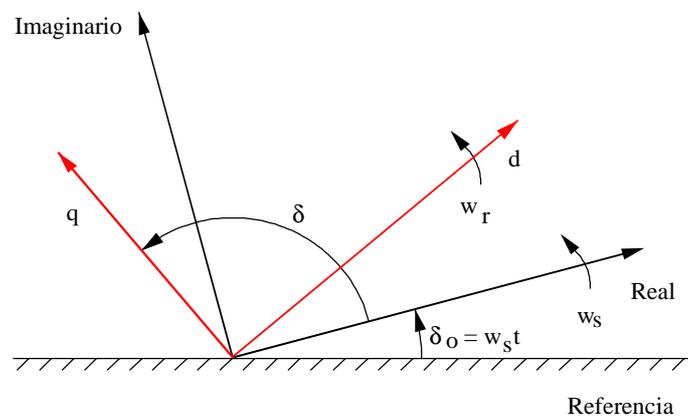


Fig. 21.- Referencias angulares para los ejes d-q y real-imaginario.

donde :

δ_T : Posición angular del eje q con respecto a la referencia de ángulos.

δ_0 : Posición del eje real con respecto a la referencia de ángulos.

δ : Ángulo del eje q con respecto a la posición del eje real en cada instante de tiempo.

Por lo tanto:

$$\frac{dw_m(pu.)}{dt} = \frac{d\Delta w_m(pu.)}{dt}$$

$$\frac{dw_m(pu.)}{dt} = \frac{d^2\delta_T}{dt^2} = \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

La ecuación final de oscilación es la siguiente :

$$2 \cdot H \cdot \frac{d\Delta w_m(pu.)}{dt} = P_m(pu.) - P_e(pu.)$$

De donde se obtiene el incremento de velocidad $\Delta w_m(pu.)$

Para obtener δ , se hace el siguiente cálculo :

$$\frac{d\delta}{dt} = \Delta w_m(pu.) \cdot w_{base}$$

En resumen, las ecuaciones que describen el comportamiento del compensador síncrono son las siguientes:

$$u_d^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) - \lambda_q^s(pu.) \quad (32)$$

$$u_q^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) + \lambda_d^s(pu.) \quad (33)$$

$$\lambda_d^s(pu.) = -L_d \cdot i_d^s(pu.) + E_l(pu.) \quad (34)$$

$$\lambda_q^s(pu.) = -L_q \cdot i_q^s(pu.) \quad (35)$$

$$E_q^s(pu.) = E_l(pu.) + (X_d' - X_d) \cdot i_d^s(pu.) \quad (36)$$

$$\frac{dE_q^s(pu.)}{dt} = \frac{1}{T_{do}'} \cdot (E_{fd}(pu.) - E_l(pu.)) \quad (37)$$

$$2 \cdot H \cdot \frac{d\Delta w_m(pu.)}{dt} = - \frac{u_d^s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + u_q^s(pu.) \cdot i_q^s(pu.)}{w_s(pu.)} \quad (38)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \Delta w_m(pu.) \cdot w_{base} \quad (39)$$

En base al análisis realizado el estator del compensador síncrono se analiza con el siguiente conjunto de ecuaciones :

Sustituyendo la ecuación (35) en la (32) se obtiene :

$$u_d^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + X_q \cdot i_q^s(pu.)$$

Sustituyendo la ecuación (34) en (33) se obtiene:

$$u_q^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) - X_d \cdot i_d^s(pu.) + E_l(pu.)$$

Sustituyendo la ecuación (36) en la anterior:

$$u_q^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) - X_d \cdot i_d^s(pu.) - (X_d' - X_d) \cdot i_d^s(pu.) + E_q'(pu.)$$

luego:

$$u_q^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) - X_d' \cdot i_d^s(pu.) + E_q'(pu.)$$

Por lo tanto, las ecuaciones finales para simular la dinámica del estator son :

$$\begin{bmatrix} i_d^s \\ i_q^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & X_q \\ -X_d' & -R_s \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} u_d^s \\ u_q^s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ E_q' \end{bmatrix} \right)$$

$$E_l(pu.) = (X_d' - X_d) \cdot i_d^s(pu.) - E_q'(pu.)$$

Para la dinámica del rotor se tienen las siguientes ecuaciones :

$$\frac{d\Delta w_m(pu.)}{dt} = -\frac{1}{2 \cdot H} \cdot \left(\frac{u_d'(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + u_q'(pu.) \cdot i_q^s(pu.)}{w_s(pu.)} \right)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \Delta w_m(pu.) \cdot w_{base}$$

y la dinámica del control de la excitación se representa con la siguiente ecuación:

$$\frac{dE_q'(pu.)}{dt} = \frac{1}{T_{do}'} \cdot (E_{fd}(pu.) - E_l(pu.))$$

4.4.1.- Diagramas fasoriales

Como se ha supuesto anteriormente que $w_r(pu.) = 1$, es posible analizar cada instante del proceso transitorio como si fuera un estado permanente. Esto quiere decir, que todo el proceso transitorio se puede estudiar como una sucesión de estados cuasi-permanentes.

Esto permite establecer sin problemas la interfase del transitorio del compensador con el sistema de potencia mediante un análisis fasorial.

Reemplazando la ecuación (35) en la ecuación (32):

$$u_d^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_d^s(pu.) + L_q \cdot i_q^s(pu.)$$

Reemplazando las ecuaciones (34) y (36) en la ecuación (33):

$$u_q^s(pu.) = -R_s(pu.) \cdot i_q^s(pu.) - L_d' \cdot i_d^s(pu.) + E_q'(pu.)$$

La Fig. 22 muestra la composición fasorial de las variables.

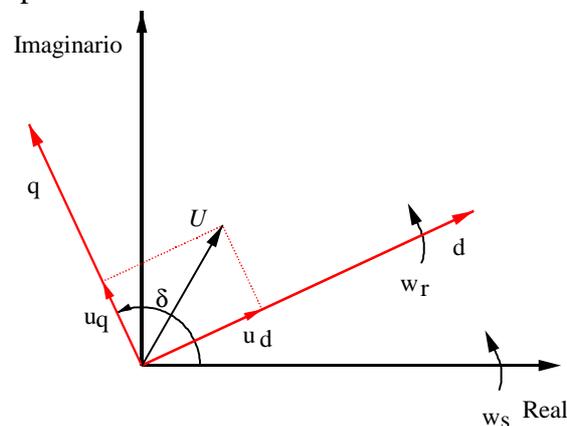


Fig. 22.- Composición fasorial de las variables a partir de los ejes d-q y real-imaginario.

De la Fig. 22 se obtiene:

$$J^s = J_d^s + J_q^s$$

$$U^s = U_d^s + U_q^s$$

donde:

J^s, U^s : Fasores correspondiente a la intensidad proporcionada por el compensador síncrono y tensión de alimentación en por unidad.

J_d^s, U_d^s : Fasores correspondiente a la intensidad proporcionada por el compensador síncrono y tensión de alimentación en el eje d en por unidad.

J_q^s, U_q^s : Fasores correspondiente a la intensidad proporcionada por el compensador síncrono y tensión de alimentación en el eje q en por unidad.

Los fasores correspondientes a la tensión de alimentación al compensador síncrono en el eje d y q son:

$$U_d^s = -R_s \cdot J_d^s + X_q \cdot (-j \cdot J_q^s) \quad (40)$$

$$U_q^s = -R_s \cdot J_q^s - (j \cdot X_d' \cdot J_d^s) + \varepsilon_q' \Rightarrow \varepsilon_q' = U_q^s + R_s \cdot J_q^s + j \cdot X_d' \cdot J_d^s \quad (41)$$

Para analizar la interfase entre el transitorio del compensador síncrono y el sistema de potencia es útil considerar la Fig. 23, donde se muestra la relación entre la tensión transitoria del eje q y la tensión de alimentación a través del estator de la máquina.

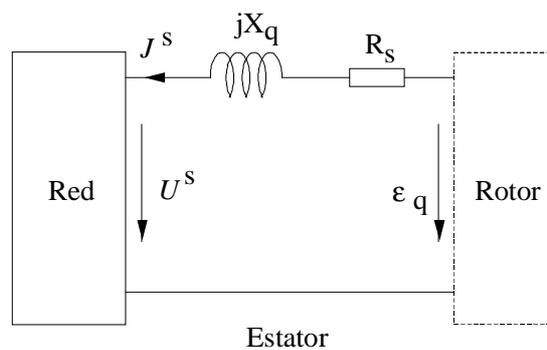


Fig. 23.- Circuito para relacionar el Sistema de Potencia y el motor para el eje q.

$$\varepsilon_q = U^s + (R_s + j \cdot X_q) \cdot J^s$$

$$\varepsilon_q = (U_d^s + U_q^s) + (R_s + j \cdot X_q) \cdot (J_d^s + J_q^s)$$

De la ecuación (40):

$$\varepsilon_q = U_q^s + R_s \cdot J_q^s + j \cdot X_q \cdot J_d^s \quad (42)$$

La Fig. 24 muestra la relación entre la tensión transitoria del eje d y la tensión de alimentación a través del estator de la máquina.

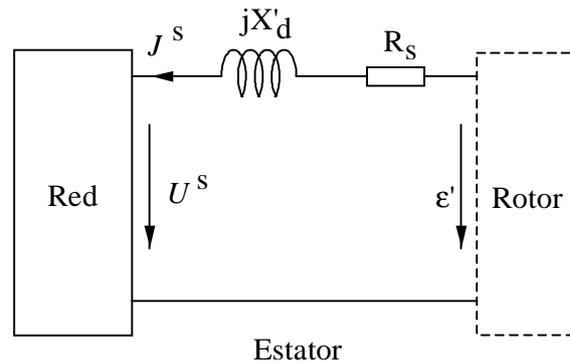


Fig.24.- Circuito para relacionar el Sistema de Potencia y el motor para el eje d.

$$\varepsilon' = U^s + (R_s + j \cdot X'_d) \cdot J^s$$

$$\varepsilon' = (U_d^s + U_q^s) + (R_s + j \cdot X'_d) \cdot (J_d^s + J_q^s)$$

Empleando la ecuación (41) en la ecuación anterior:

$$\varepsilon' = \varepsilon_q' + U_d^s + R_s \cdot J_d^s + j \cdot X'_d \cdot J_q^s$$

Sustituyendo la ecuación (40):

$$\varepsilon' = \varepsilon_q' - j \cdot (X_q - X'_d) \cdot J_q^s$$

Por último, la ecuación (36) en forma fasorial es:

$$\varepsilon_q' = \varepsilon_l - j \cdot (X_d - X'_d) \cdot J_d^s$$

Sustituyendo la ecuación (41):

$$\varepsilon_l = U_q^s + R_s \cdot J_q^s + j \cdot X_d \cdot J_d^s$$

Reemplazando la ecuación (42) en esta última se obtiene finalmente:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_q + j \cdot (X_d - X_q) \cdot J_d^s$$

En resumen, el conjunto de ecuaciones que permiten relacionar el transitorio del compensador síncrono con el sistema de potencia son:

$$U^s = U_d^s + U_q^s$$

$$\varepsilon' = \varepsilon_q' - j \cdot (X_q - X_d') \cdot J_q^s$$

$$\varepsilon_q = U_q^s + R_s \cdot J_q^s + j \cdot X_q \cdot J_d^s$$

$$\varepsilon_q' = U_q^s + R_s \cdot J_q^s + j \cdot X_d' \cdot J_d^s$$

$$\varepsilon_l = \varepsilon_q + j \cdot (X_d - X_q) \cdot J_d^s$$

En la Fig. 25 se detalla el diagrama fasorial del compensador síncrono que representa las ecuaciones anteriores :

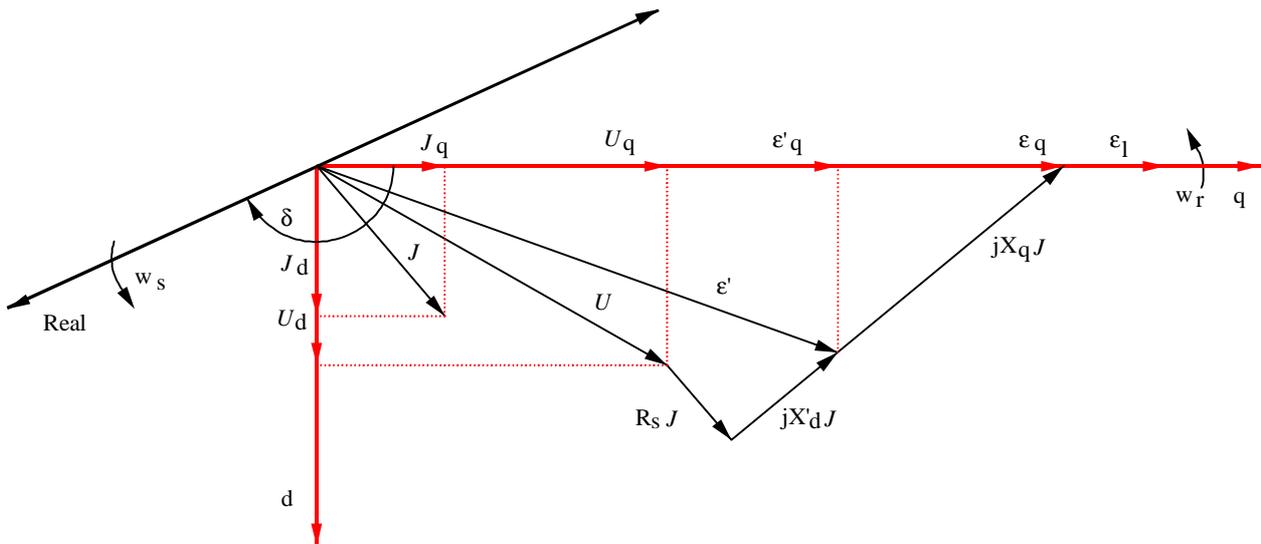


Fig. 25.- Diagrama fasorial de un Compensador Síncrono.

El diagrama fasorial de la Fig. 25 es válido para cada instante de tiempo, ya que la posición relativa de estos fasores varía durante el transitorio.

A partir de este diagrama fasorial es posible obtener la relación entre los fasores y los valores instantáneos de las variables. Así es posible expresar en por unidad que :

$$J_d^s = i_d^s \angle(\delta - \pi/2)$$

$$J_q^s = i_q^s \angle\delta$$

luego:

$$J^s = J_d^s + J_q^s = i_d^s \angle(\delta - \pi/2) + i_q^s \angle\delta$$

lo cual matricialmente se puede expresar como:

$$\begin{bmatrix} I_{real}^s \\ I_{imag}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen}(\delta) & \cos(\delta) \\ -\cos(\delta) & \text{sen}(\delta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d^s \\ i_q^s \end{bmatrix}$$

Las matrices que permite realizar la transformación de variables en ejes d-q a variables en ejes real-imaginario y viceversa son :

Matriz de transformación de ejes d-q a plano real-imaginario:

$$[T_{dq-rx}] = \begin{bmatrix} \text{sen}(\delta) & \cos(\delta) \\ -\cos(\delta) & \text{sen}(\delta) \end{bmatrix}$$

Matriz de transformación de plano real-imaginario a ejes d-q:

$$[T_{rx-dq}] = \begin{bmatrix} \text{sen}(\delta) & -\cos(\delta) \\ \cos(\delta) & \text{sen}(\delta) \end{bmatrix}$$

4.4.2.- Condiciones Iniciales del compensador síncrono

Las condiciones iniciales del compensador síncrono se determinan cuando el sistema está operando en régimen permanente. Para el caso que se está desarrollando, se ha considerado que el compensador está “flotando en la red”, es decir no está aportando intensidad. En el diagrama fasorial de la Fig. 26 se muestra esta situación y es posible obtener que:

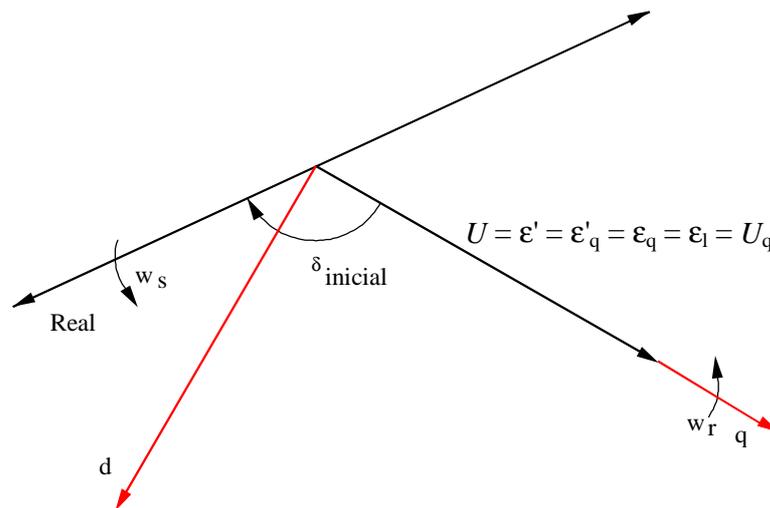


Fig. 26.- Diagrama fasorial para la situación inicial del Compensador Síncrono.

$i_d^s = i_q^s = 0$ pues el compensador síncrono no aporta intensidad en régimen permanente

También de las ecuaciones (36), (40) y (41) se obtiene que:

$$U_d^s = 0$$

$$U_q^s = \varepsilon'_q = \varepsilon_l = U^s = 1.05 \text{ p.u.}$$

$$U^s = U \angle \varphi = 1.05 \angle 5.6726^\circ \text{ p.u.}$$

donde :

U^s : Tensión en el nudo de la red donde está conectado el compensador síncrono en régimen permanente.

Por lo tanto:

$$\delta_{inicial} = \varphi = 5.6726^\circ$$

Como un compensador síncrono no aporta potencia activa entonces :

$$T_m = 0$$

5.- SIMULACIÓN DINÁMICA DEL PROBLEMA EN SIMULINK

En este capítulo se describirá de manera detallada la simulación del sistema equivalente 1 del capítulo VI del libro “Power Voltage Stability”, C. W. Taylor, usando Simulink. Para ello se han realizado dos programas:

Programa 1 : motor_svc

Este programa permite analizar el comportamiento del sistema considerando la dinámica del motor de inducción y un elemento de control de reactiva que puede ser un banco de condensadores fijo o un compensador estático de reactiva (SVC).

Programa 2: motor_csin

Este programa permite analizar el comportamiento del sistema considerando la dinámica del motor de inducción y un compensador síncrono como elemento de control de reactiva.

En general ambos programas están estructurados en bloques tal como se muestra en la Fig. 27.

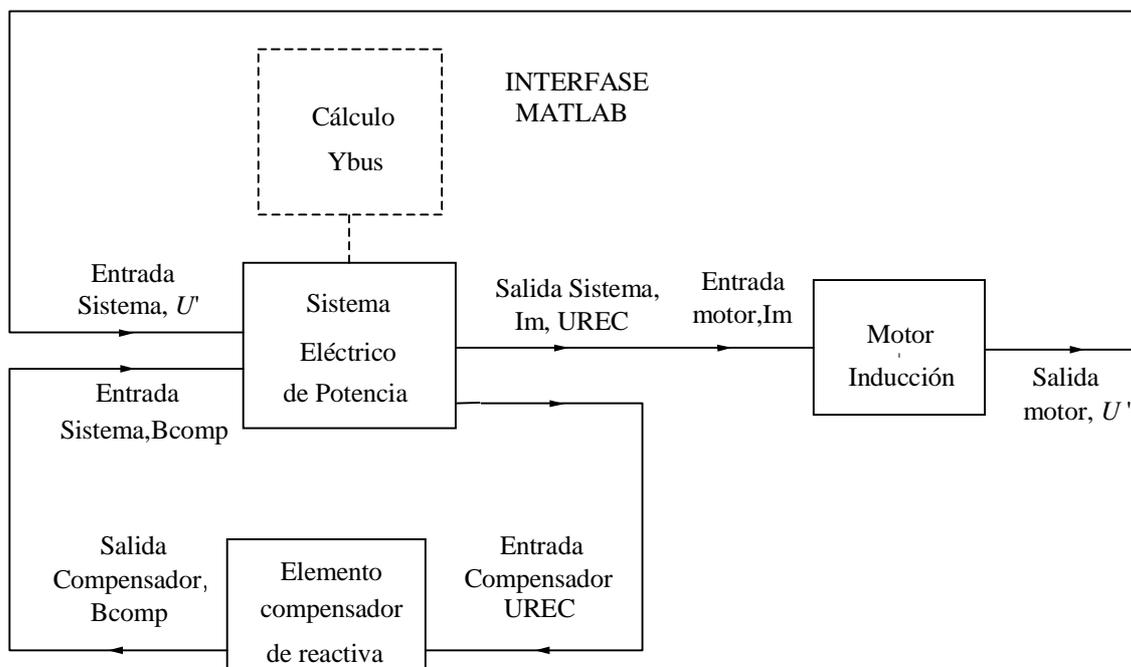


Fig. 27.- Diagrama en bloques de la estructura del modelo de simulación dinámica.

5.1.- Descripción programa motor_svc

Este programa está estructurado en Simulink en tres bloques principales, tal como muestra la Fig. 28.

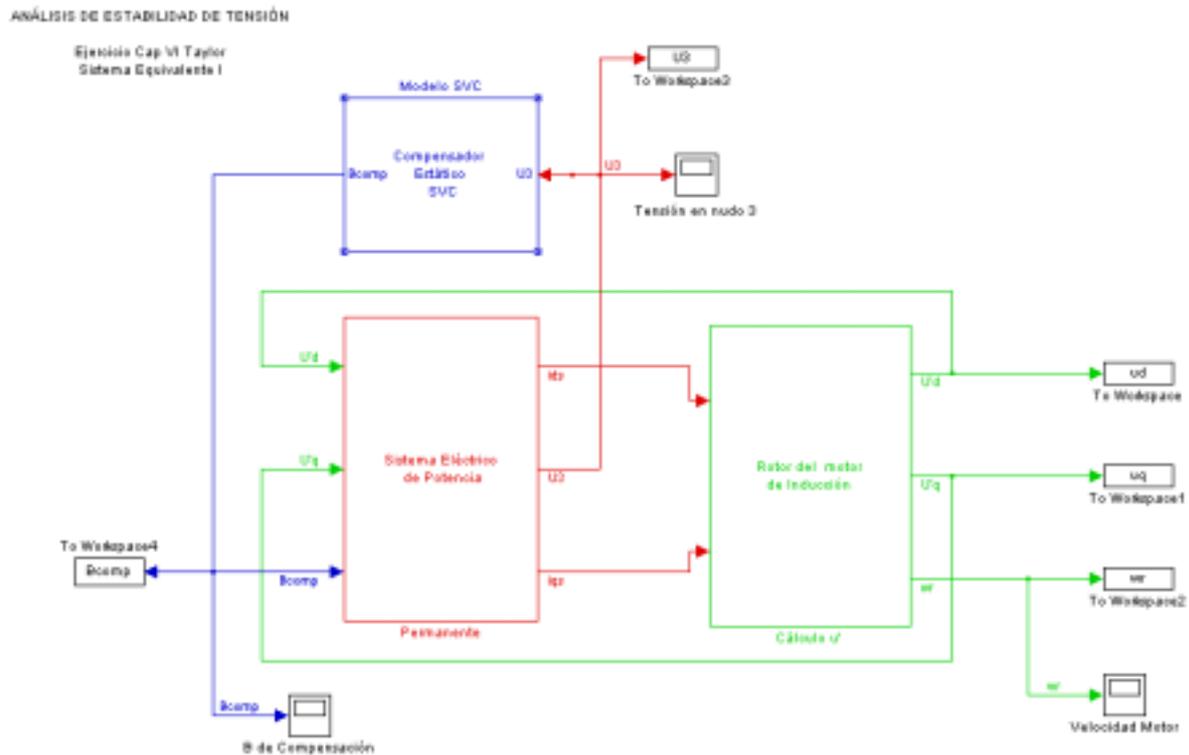


Fig. 28.- Diagrama de bloques en Simulink para el control de reactiva en el nudo 3 mediante un condensador fijo o un SVC.

5.1.1.- Bloque Sistema Eléctrico de Potencia

Este bloque cumple la función de representar la red eléctrica mediante un análisis de nudos que fue detallado en el apartado de la descripción del modelo de la red, contando con las siguientes entradas y salidas:

Entradas :

U'_d : Parte real de la tensión de alimentación del rotor del motor de inducción (p.u.).

U'_q : Parte imaginaria de la tensión de alimentación del rotor del motor de inducción (p.u.).

B_{comp} : Susceptancia de compensación fija o variable (SVC) localizada en el nudo 3 (p.u.).

Salidas :

i_{ds} : Parte real de la intensidad absorbida por el motor de inducción (p.u.).

i_{qs} : Parte imaginaria de la intensidad absorbida por el motor de inducción (p.u.).

U_3 : Módulo de la tensión en el nudo de control de reactiva (3) (p.u.).

Parámetros:

La estructura interna y parámetros de este bloque se muestran en la Fig. 29, donde se puede apreciar que :

- La tensión del nudo de potencia infinita se incluye como una constante que aparece como E_{gr} (parte real) y E_{gi} (parte imaginaria)
- Existe un conjunto de constantes necesarias para el cálculo de la tensión U_3 y la corriente I_m , que se determinan a partir del programa *ptaylor.m* que debe ejecutarse antes de iniciar la simulación del programa en Simulink, pues las variables entre Matlab y Simulink se comunican a través del Workspace.

Las variables que crea el programa *ptaylor.m* se identifican a continuación:

$U3v$, $U3vc$, $U3vs$: Se emplean para el cálculo de la tensión U_3 '

Imv , $Imvc$, $Imvs$: Se emplean para el cálculo de la intensidad del motor I_m '

A , B , Ac , Bc , As , Bs : Se emplean para tener en cuenta el efecto del condensador/SVC en el cálculo de la tensión U_3 .

C , D , Cc , Dc , Cs , Ds : Se emplean para tener en cuenta el efecto del condensador/SVC en el cálculo de la tensión U_3 .

Para un mayor detalle sobre estas variables remítase al capítulo 4.1.

- La selección de las constantes anteriores, correspondientes a los distintos estados de la red (pre-falta, falta, post-falta), se ha realizado mediante interruptores controlados por unos relojes que seleccionan el instante en que se produce el cambio de un estado a otro.
- La duración de cada estado se ha definido de la siguientes forma:

Pre-falta : Un tiempo constante de valor $t_{\text{pre-falta}} = 0.1$ seg.

Falta : Un tiempo de duración de la falta en ciclos que corresponde al tiempo de despeje de la falta.

Post-falta: Desde el despeje de la falta hasta el tiempo final de la simulación.

- La complejidad de este bloque se debe al hecho que las operaciones que requieren el uso de números complejos han sido realizadas “manualmente”, sin funciones propias de Simulink.

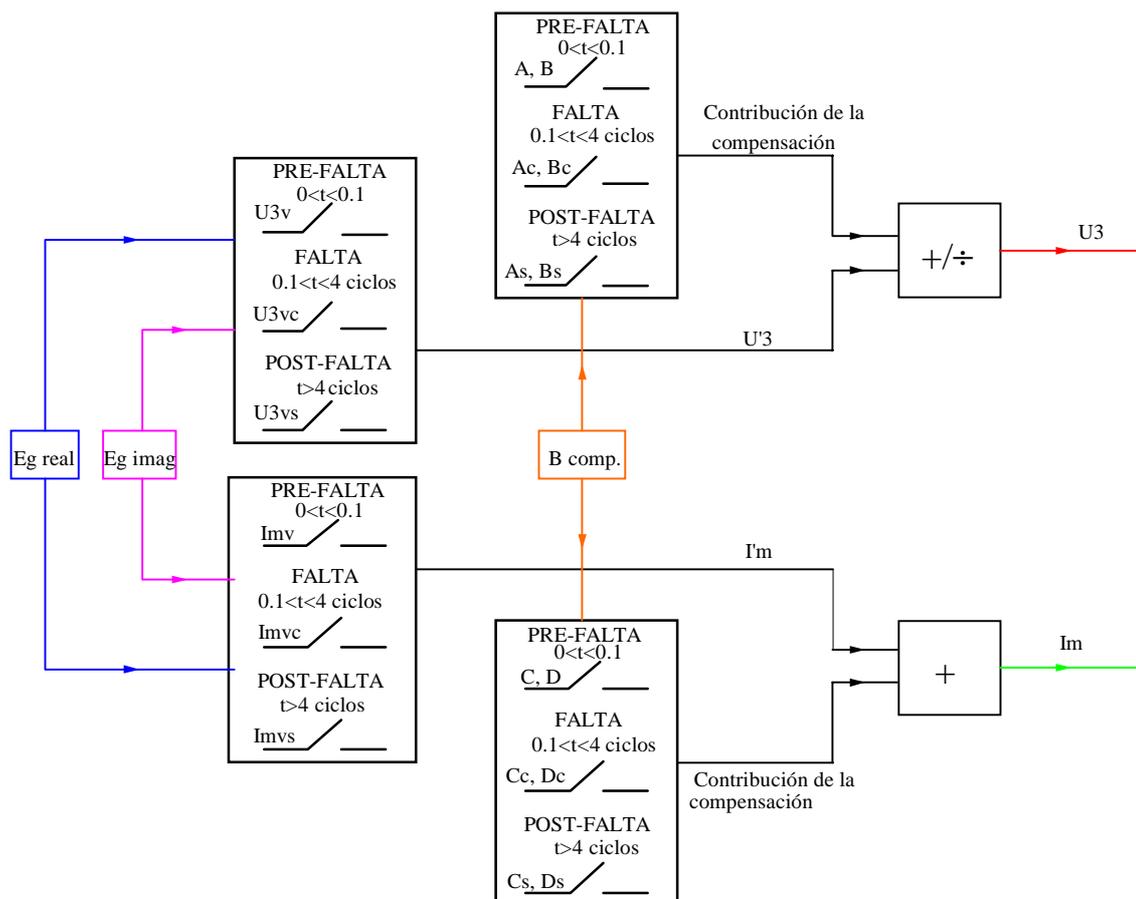


Fig. 29.- Estructura interna del bloque del Sistema Eléctrico de Potencia.

En la Fig. 30 se muestra la versión final en Simulink del bloque sistema eléctrico de potencia.

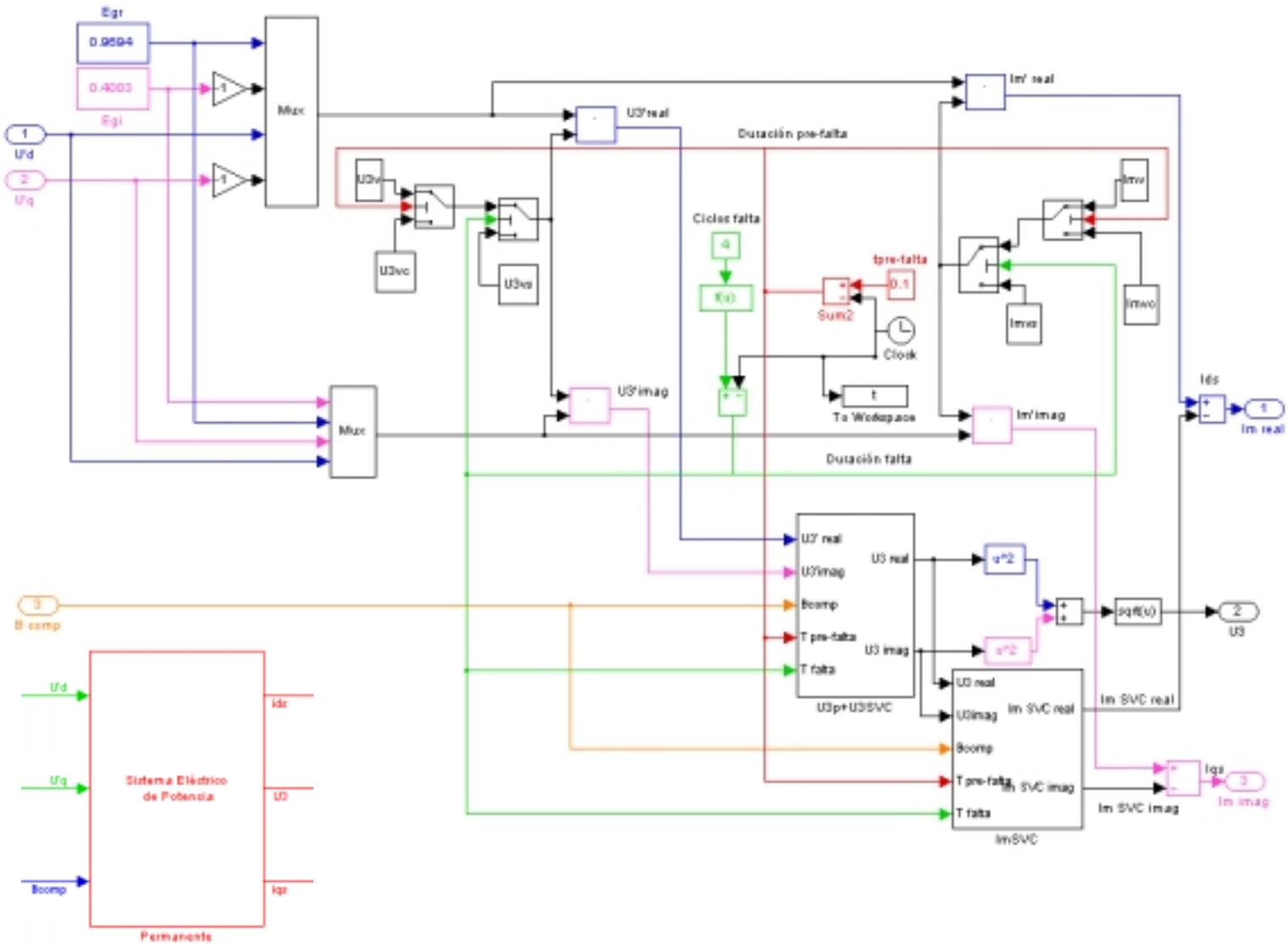


Fig. 30.- Diagrama de bloques en Simulink del Sistema Eléctrico de Potencia con condensador/SVC.

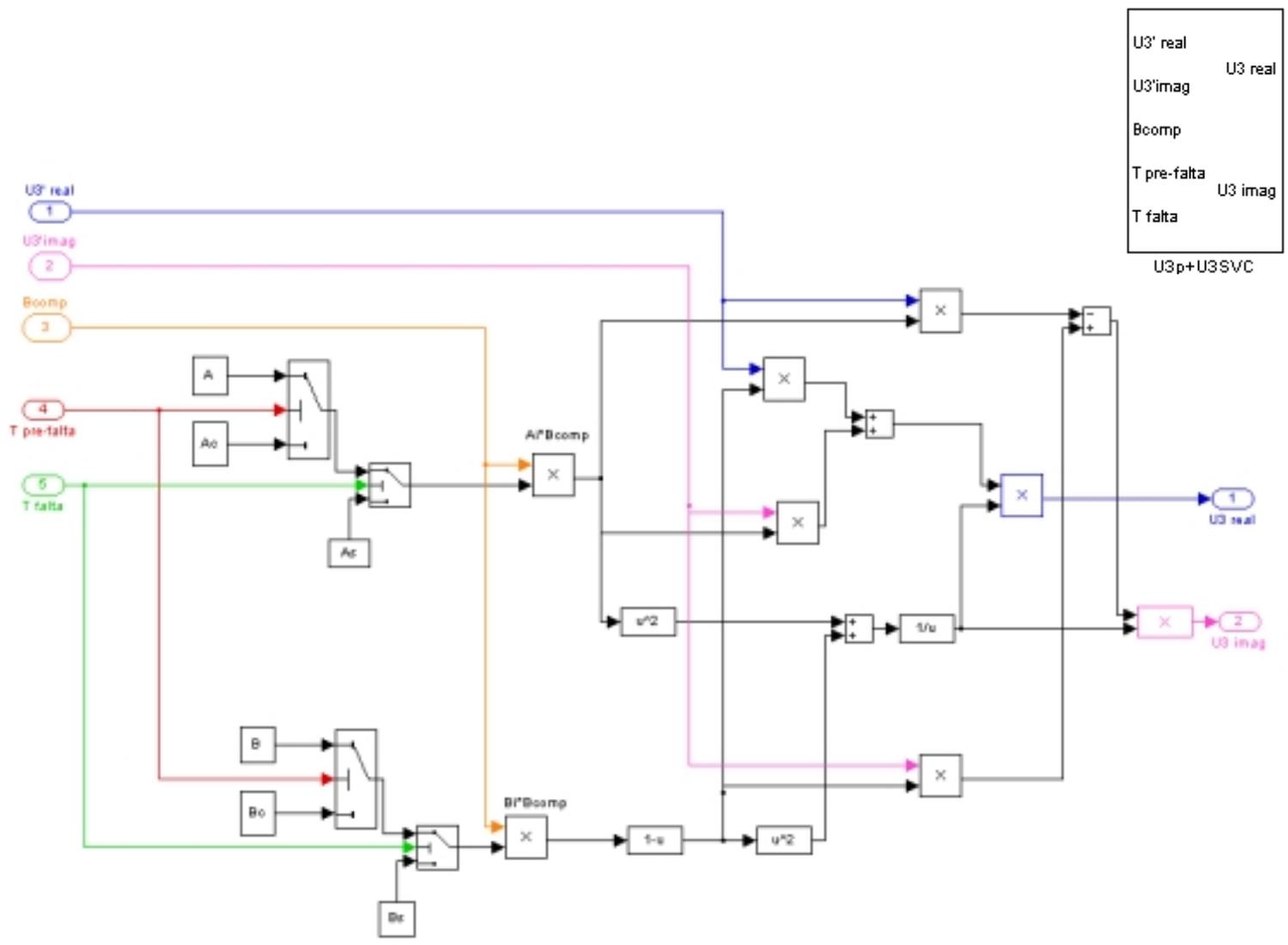
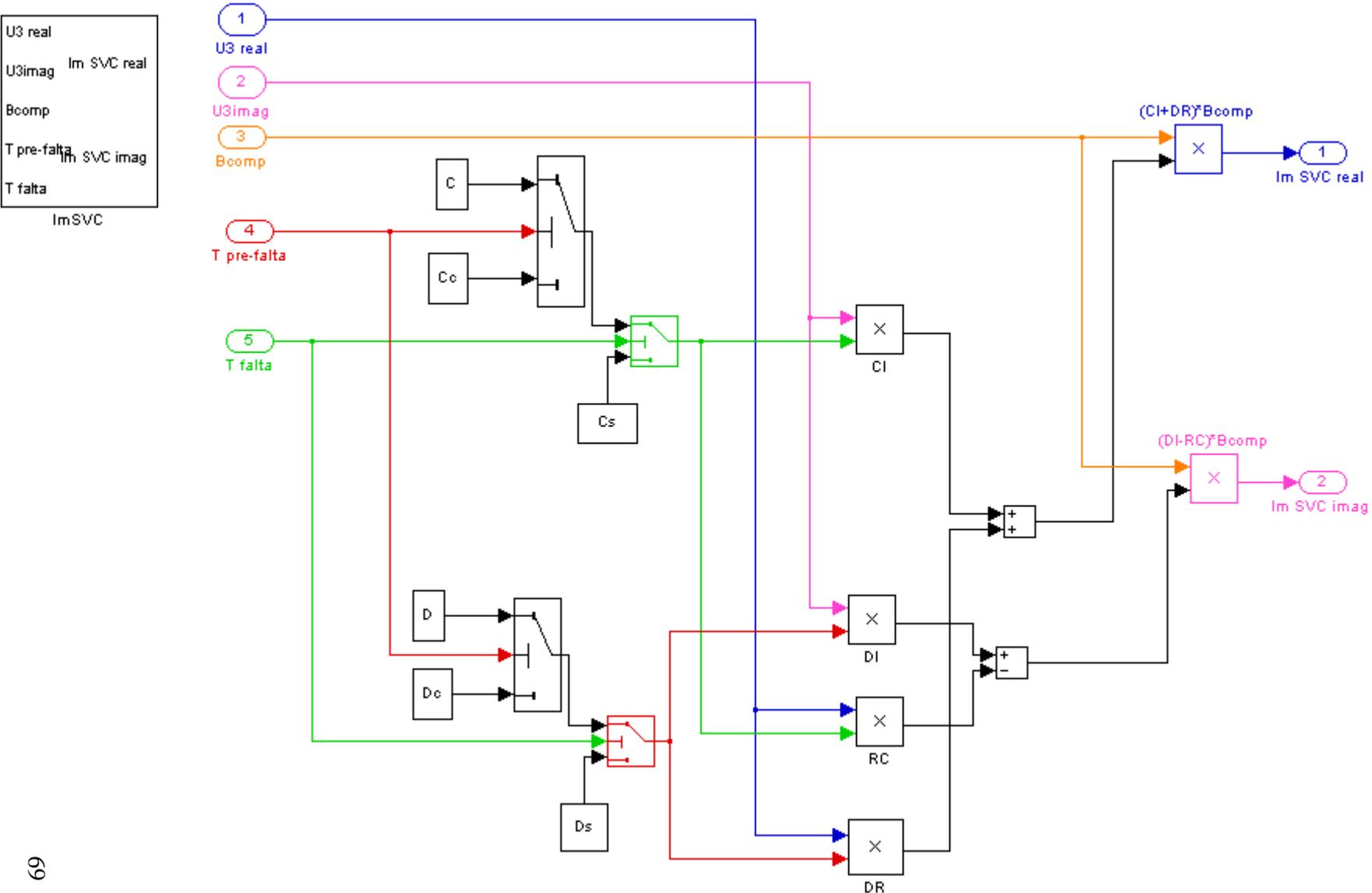


Fig. 31.- Diagrama de bloques en Simulink que realiza el cálculo de la tensión del nudo 3 del condensador/SVC.



U3 real
U3imag Im SVC real
Bcomp
T pre-falta Im SVC imag
T falta
ImSVC

Fig. 32.- Diagrama de bloques en Simulink para el cálculo de la contribución a la intensidad del motor por el condensador/SVC.

5.1.2.- Bloque Rotor del motor de inducción

Este bloque (Fig. 33) simula la dinámica del rotor del motor de inducción cuyo modelo fue detallado en el apartado 4.2.3.

En este caso las ecuaciones diferenciales que definen el comportamiento dinámico del rotor se han representado con una S-function, que es una función de Simulink que permite la comunicación con un lenguaje de alto nivel, como puede ser en este caso Matlab, de esta forma se consigue programar cualquier subrutina creada por el usuario.

El detalle de la S-function que define el comportamiento del motor de inducción se encuentra en el anexo y se ha definido con el nombre *rotorind.m*

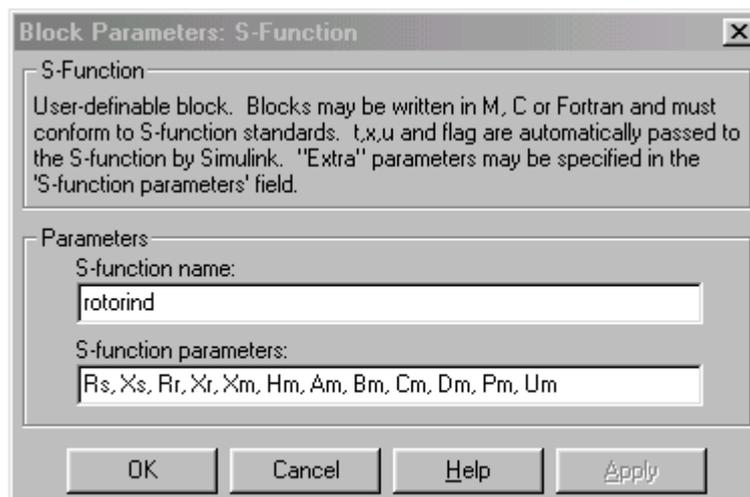
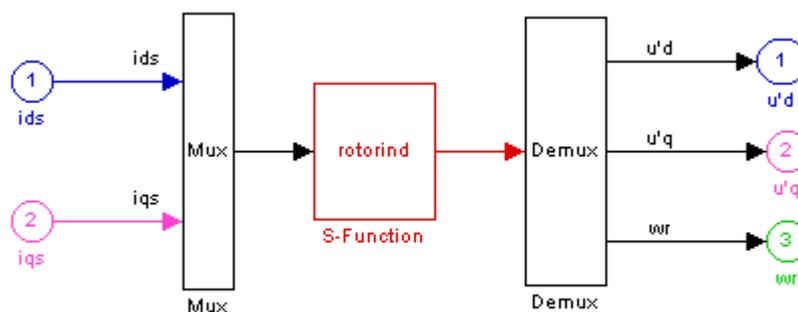


Fig.33.- Diagrama en bloques Simulink del motor de inducción.

Las entradas, salidas y parámetros de este bloque son los siguientes :

Entradas :

i_{ds} : Parte real de la intensidad absorbida por el motor de inducción (p.u.).

i_{qs} : Parte imaginaria de la intensidad absorbida por el motor de inducción (p.u.).

Salidas :

U'_d : Parte real de la tensión de alimentación del rotor del motor de inducción (p.u.).

U'_q : Parte imaginaria de la tensión de alimentación del rotor del motor de inducción (p.u.).

w_r : Velocidad del rotor del motor de inducción (p.u.).

Parámetros :

Los parámetros de este bloque se ingresan a través de un menú desplegable realizado a través de la función de enmascaramiento de Simulink, tal como se muestra en la Fig. 34.

Block Parameters: Cálculo u'

Modelo del rotor del motor (mask)

Parameters

Tensión de alimentación (p.u.)
1

Potencia en el eje (p.u.)
0.6

Parámetro A modelo de T carga
1

Parámetro B modelo de T carga
0

Parámetro C modelo de T carga
0

Parámetro D modelo de T carga
0

Inercia, H (s)
0.7

Reactancia de Magnetización, Xm (p.u.)
3.2

Reactancia Rotor, Xr (p.u.)
0.18

Resistencia del Rotor, Rr (p.u.)
0.018

Reactancia del estator, Xs (p.u.)
0.1

Resistencia del estator, Rs (p.u.)
0.031

OK Cancel Help Apply

Fig. 34.- Definición de Parámetros del Motor de Inducción

5.1.3.- Bloque Compensador estático de Reactiva (SVC)

Este bloque (Fig. 35) simula la dinámica de un SVC y como caso particular permite simular un banco de condensadores de valor fijo.

La dinámica del SVC se ha representado de acuerdo a lo descrito en el capítulo 4.3 como un sistema de primer orden con una constante de tiempo $T_a = 50$ msec., con un 2% de pendiente y una ganancia de 50 en por unidad, la susceptancia máxima es $B_{max} = 125$ (MVar), correspondiendo a un funcionamiento como condensador y la susceptancia mínima es $B_{min} = -75$ (MVar) que corresponde al caso en que el SVC funciona como bobina. La tensión de referencia se ha fijado en $U_{3ref} = 1.05$, que corresponde a la tensión que se desea mantener en el nudo 3 del sistema en estudio. Este bloque tiene las siguientes entradas/salidas y parámetros :

Entradas :

U_3 : Módulo de la tensión en el nudo de control de reactiva (3) (p.u.).

Salidas :

B_{comp} : Susceptancia de compensación fija o variable (SVC) localizada en el nudo 3 (p.u.). En el caso de la simulación de un condensador fijo esta variable se mantiene constante.

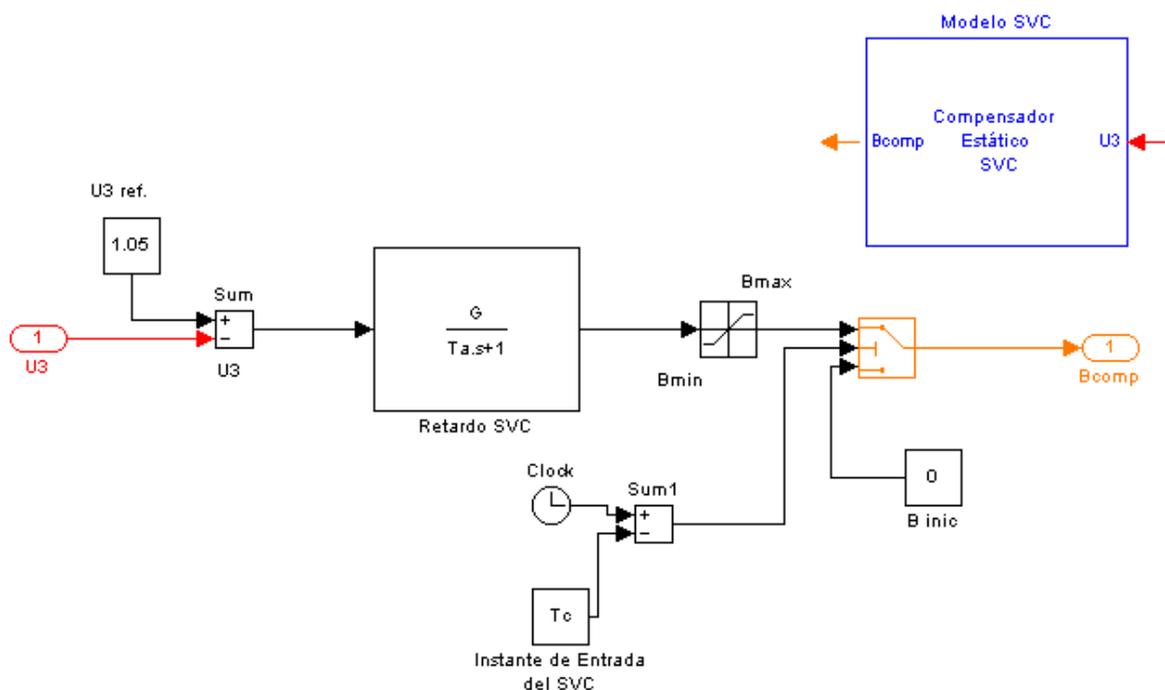


Fig. 35.- Diagrama en Bloques Simulink del SVC.

Parámetros :

Los parámetros de este bloque se ingresan a través de un menú desplegable realizado a través de la función de enmascaramiento de Simulink, tal como se muestra en la Fig. 36.

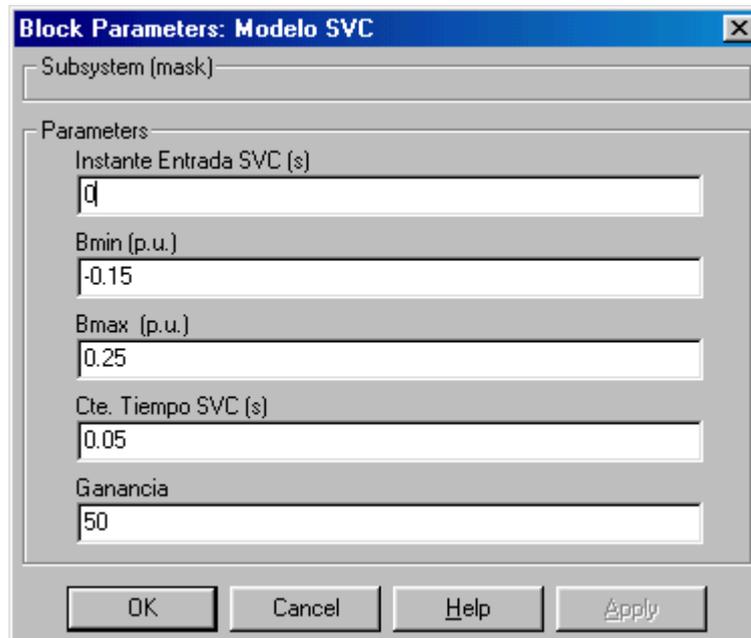


Fig. 36.- Definición de Parámetros del SVC.

El usuario puede seleccionar el instante de entrada del SVC mediante la constante T_c (Fig. 35), momento a partir del cual el SVC comienza a controlar la tensión del nudo al que está conectado. Antes de este instante la inyección de reactiva en este nudo es nula y se ha simulado con $B_{\text{inic}} = 0$ (Fig. 35).

5.2.- Descripción programa motor_csin :

Este programa está estructurado en Simulink en tres bloques principales, tal como muestra la Fig. 37.

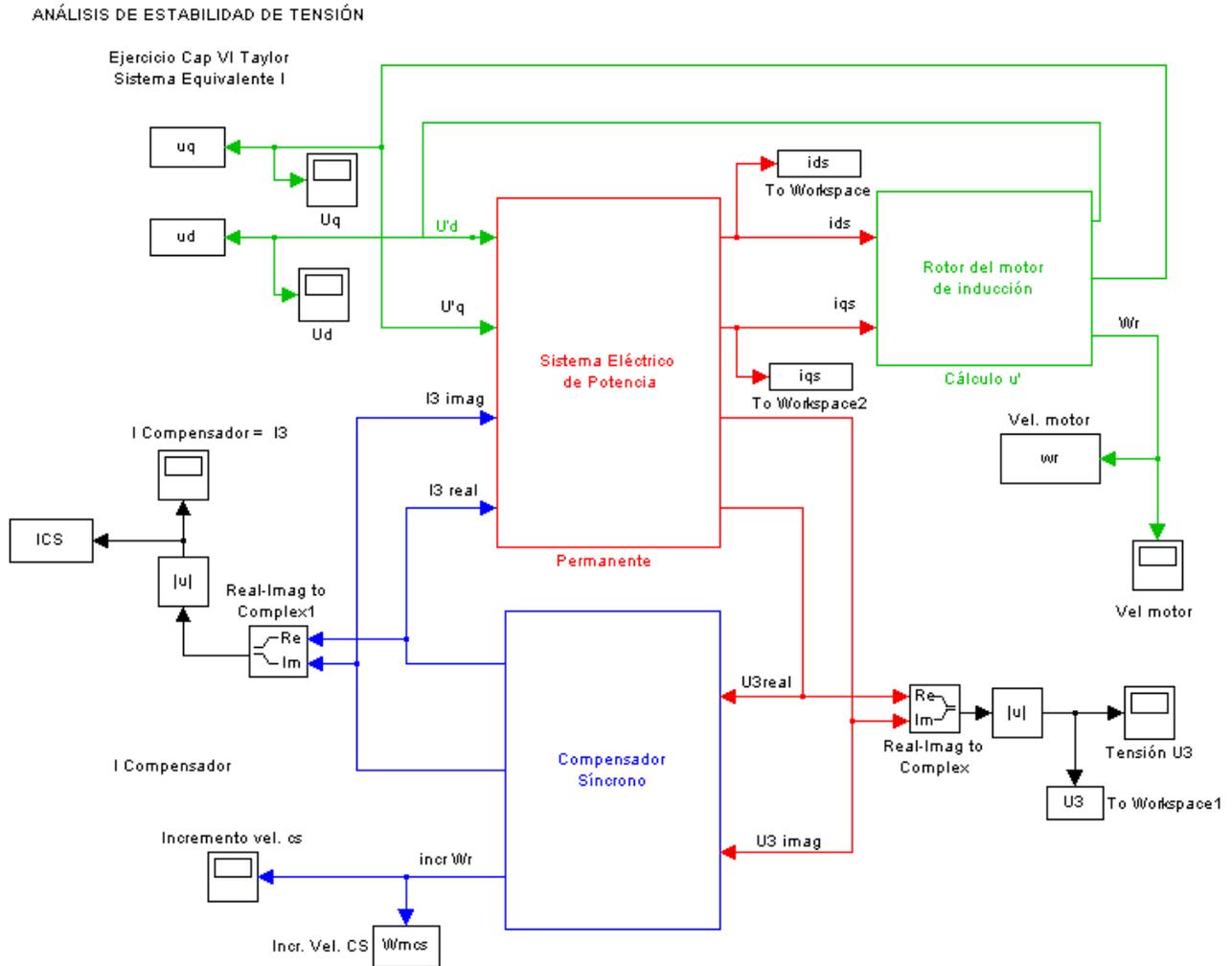


Fig. 37.- Diagrama en bloques en Simulink para el control de reactiva en el nudo 3 mediante un compensador síncrono.

5.2.1.- Bloque Sistema Eléctrico de Potencia

Este bloque cumple la función de representar la red eléctrica mediante un análisis de nudos que fue detallado en el apartado de la descripción del modelo de la red, contando con las siguientes entradas, salidas y parámetros:

Entradas :

U'_d : Parte real de la tensión de alimentación del rotor del motor de inducción (p.u.).

U'_q : Parte imaginaria de la tensión de alimentación del rotor del motor de inducción (p.u.).

$I_{3\text{real}}$: Parte real de la intensidad inyectada por el compensador síncrono (p.u.).

$I_{3\text{imag}}$: Parte imaginaria de la intensidad inyectada por el compensador síncrono (p.u.).

Salidas :

i_{ds} : Parte real de la intensidad absorbida por el motor de inducción (p.u.).

i_{qs} : Parte imaginaria de la intensidad absorbida por el motor de inducción (p.u.).

$U_{3\text{real}}$: Parte real de la tensión en el nudo de control de reactiva (3) (p.u.).

$U_{3\text{imag}}$: Parte imaginaria de la tensión en el nudo de control de reactiva (3) (p.u.).

La estructura interna de este bloque es igual a la mostrada en la Fig. 29, siendo válidas todas las consideraciones realizadas para el caso del SVC.

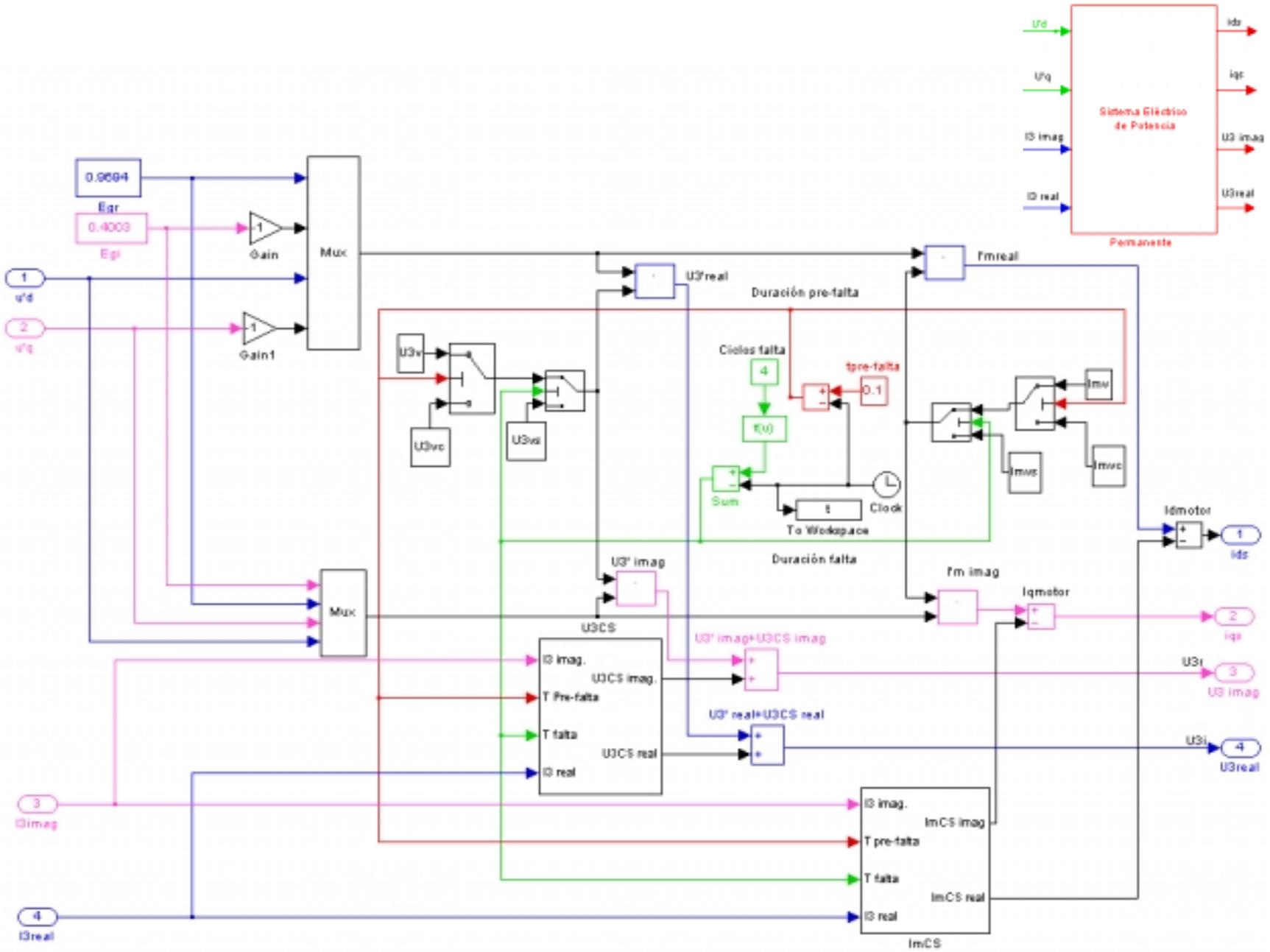


Fig. 38.- Diagrama de bloques en Simulink del Sistema Eléctrico de Potencia con Compensador Síncrono.

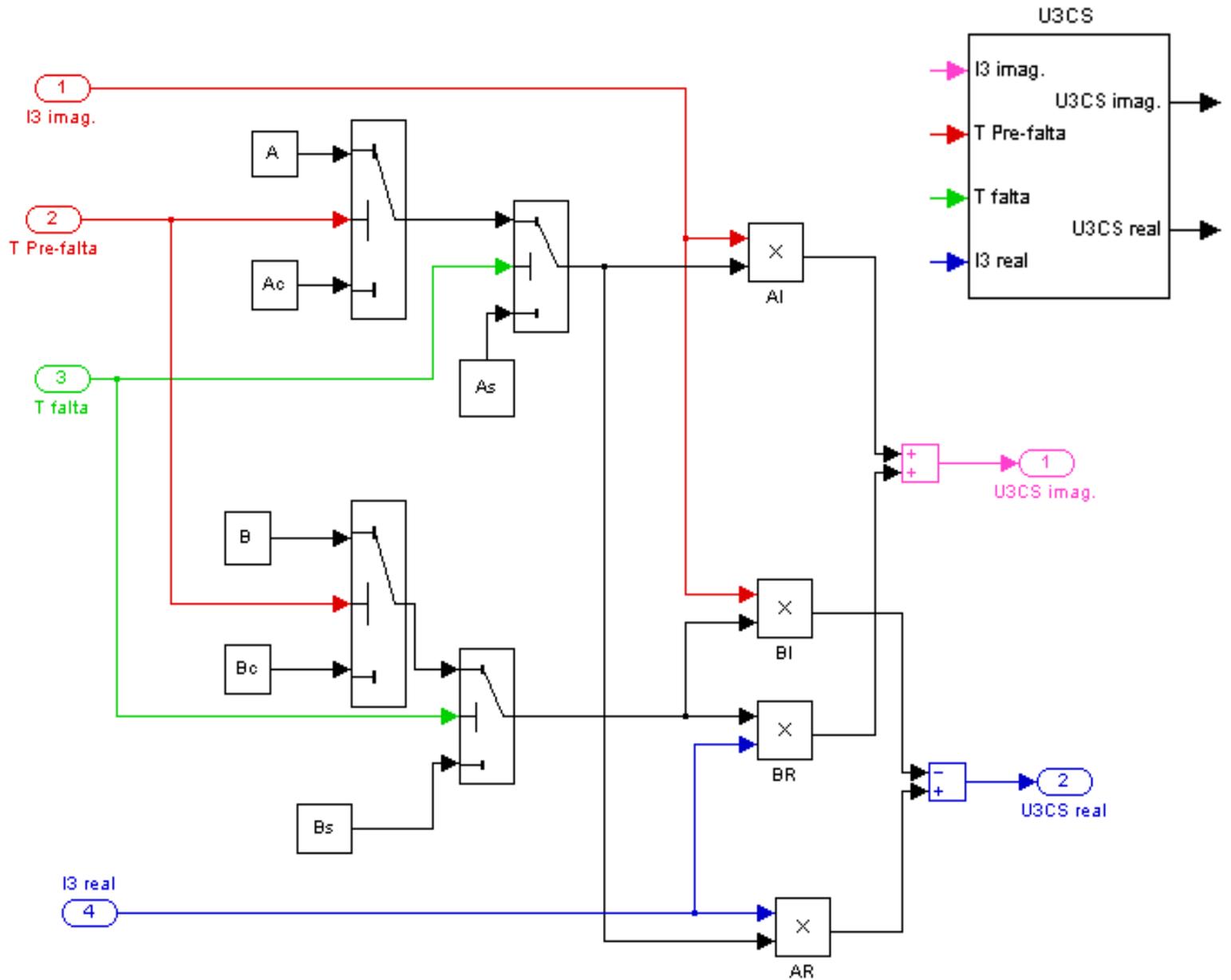


Fig. 39.- Diagrama de bloques en Simulink que realiza el cálculo de la contribución a la tensión del nudo 3 del Compensador Síncrono.

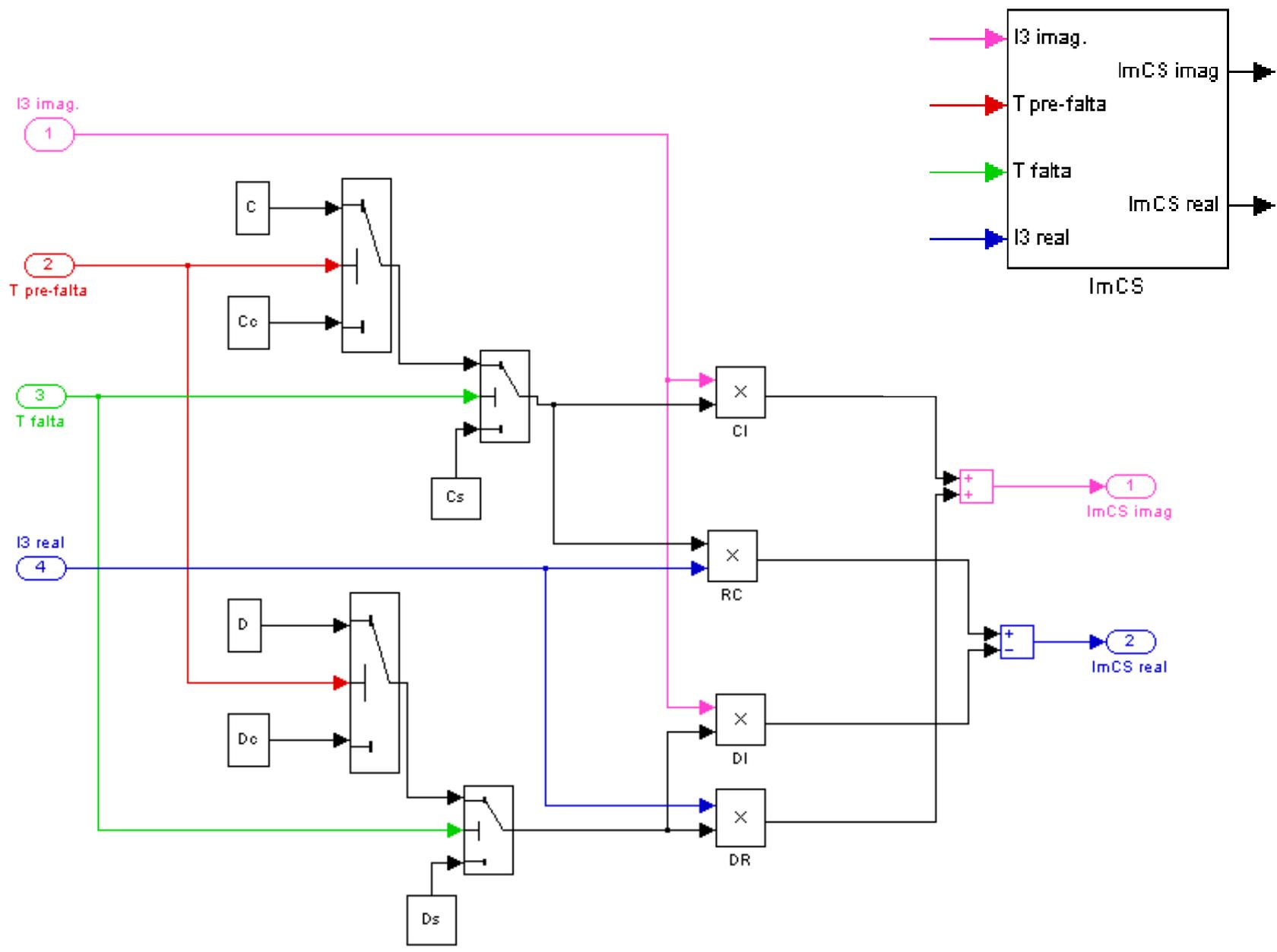


Fig. 40.- Diagrama de bloques en Simulink que realiza el cálculo de la contribución a la intensidad del motor por el Compensador Síncrono.

5.2.2.- Bloque Rotor del motor de inducción

Se emplea el mismo bloque del capítulo 5.2.2.

5.2.3.- Bloque Compensador Síncrono

Este bloque (Fig. 41) simula la dinámica de un compensador síncrono, donde las entradas, salidas y parámetros son los siguientes :

Entradas :

U_{3real} : Parte real de la tensión en el nudo de control de reactiva (3) (p.u.).

U_{3imag} : Parte imaginaria de la tensión en el nudo de control de reactiva (3) (p.u.).

Salidas :

I_{3real} : Parte real de la intensidad inyectada al nudo de control de reactiva (3) (p.u.).

I_{3imag} : Parte imaginaria de la intensidad inyectada al nudo de control de reactiva (3) (p.u.).

Inc w_r : Variación de la velocidad del rotor del compensador síncrono (p.u.).

Parámetros :

Los parámetros de este bloque se ingresan a través de un menú desplegable realizado a través de la función de enmascaramiento de Simulink, tal como se muestra en la Fig. 42.

Block Parameters: Compensador Síncrono	
Subsystem (mask)	
Parameters	
Reactancia Síncrona de Eje d, X_d (p.u.)	5.544
Reactancia Síncrona de Eje q, X_q (p.u.)	3.26
Reactancia Subtransitoria de eje d, X'_d (p.u.)	1.14
Resistencia de Estator, R_a (p.u.)	0
Constante de Inercia H (s)	0.5375
Reactancia del transformador, X_t (p.u.)	0.34
Límite Inferior Regulador de Tensión	-9
Límite Superior Regulador	12.43
Constante de Tiempo del Rotor (s)	9.564
Ganancia del Regulador	100
<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Cancel"/> <input type="button" value="Help"/> <input type="button" value="Apply"/>	

Fig. 42.- Definición de Parámetros del Compensador Síncrono

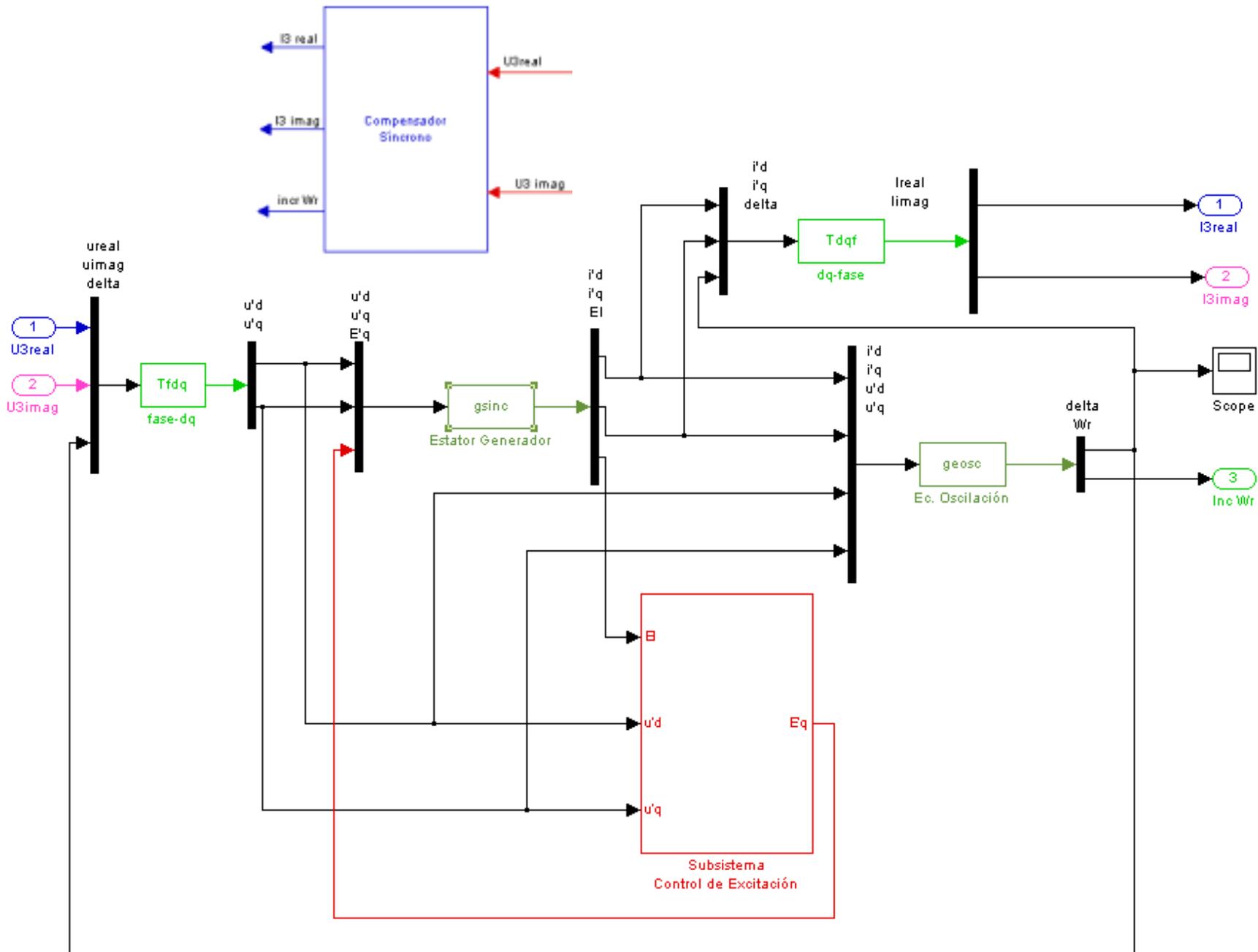


Fig. 41.- Diagrama de bloques Simulink del Compensador Síncrono.

Los bloques que forman el modelo del compensador son los siguientes:

Bloques Tfdq y Tdqf :

El modelo del compensador está referido a los ejes d-q, por lo tanto para realizar la conexión al sistema es necesario transformar estas variables al plano real-imaginario. Estas funciones son realizadas por los bloques :

Tfdq : Transformación de ejes real-imaginario a ejes d-q, implementada en Simulink mediante una S-function llamada *tfdq.m*.

Tdqf : Transformación de ejes d-q a ejes real-imaginario, implementada en Simulink mediante una S-function llamada *tdqf.m*.

Bloque gsinc :

Este bloque (Fig. 43) simula la dinámica del estator del compensador síncrono, cuyo modelo fue detallado en el capítulo 4.4.

En este caso el conjunto de ecuaciones que definen el comportamiento dinámico del estator se han representado con la S-function *gsinc.m* (anexo).

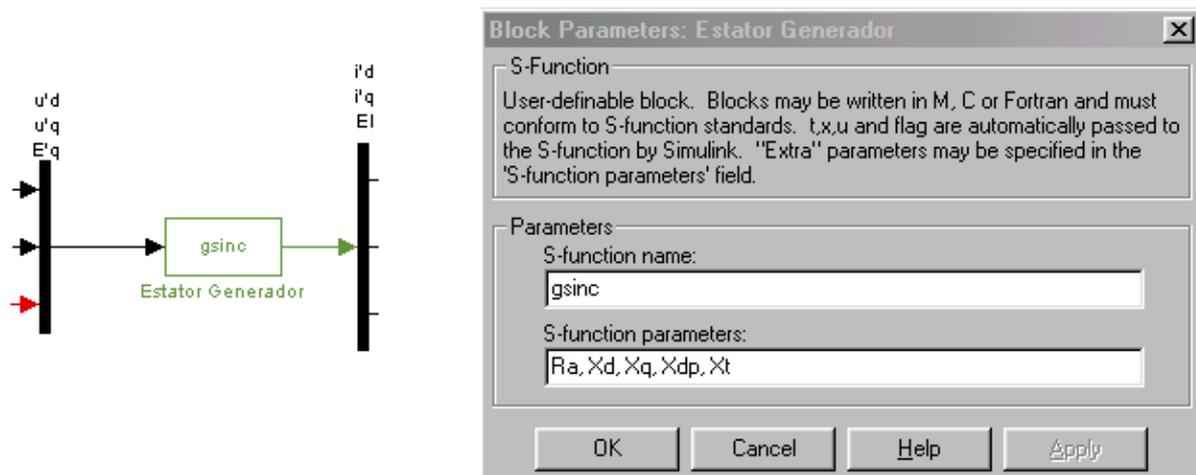


Fig. 43.- Bloque de Simulink de la S-function para la dinámica del estator del Compensador Síncrono.

El modelo permite incluir un transformador que conecta al compensador con la red, cuya reactancia de dispersión se caracteriza con el parámetro X_t .

Bloque *geosc* :

Este bloque (Fig. 44) simula la ecuación de oscilación del compensador síncrono, cuyo modelo fue detallado en el capítulo 4.4.

En este caso el conjunto de ecuaciones diferenciales que definen el comportamiento dinámico se han representado con la S-function *geosc.m* (anexo).

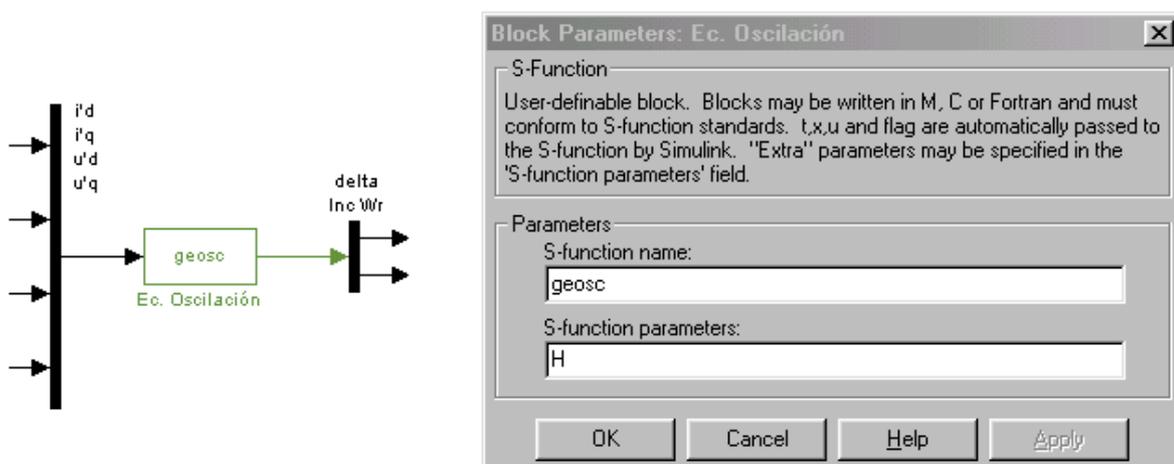


Fig. 44.- Bloque de Simulink de la S-function para la ecuación de oscilación del Compensador Síncrono.

Donde todas las variables han sido definidas previamente, excepto δ (δ) que como se definió en el modelo es el ángulo que forma el eje q con el eje real.

Bloque del Control de excitación del compensador :

Este bloque (Fig. 45) simula el control de la excitación del compensador síncrono, incluyendo la ecuación diferencial de excitación descrita en el desarrollo del modelo como un bloque integrador donde se debe especificar la condición inicial.

Las características de este bloque son :

- Se ha escogido un regulador de tensión estático muy rápido, es decir un control de tipo proporcional caracterizado por la constante “K” igual a100.
- No se considera el límite para la intensidad de campo (subexcitación / sobreexcitación).
- La tensión de referencia U_{ref} (tensión a mantener en el nudo 3) se determina a partir de:

$$(U_{ref} - U_0) \cdot K = U_0 \Rightarrow U_{ref} = U_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{K}\right)$$
 donde :
 U_0 : Tensión en régimen permanente del nudo que se controla (nudo 3) igual a 1.05 p.u.
- Se debe especificar como condición inicial del integrador el valor de $E'_q = 1.05$ p.u. como se detalló en el apartado de condiciones iniciales.

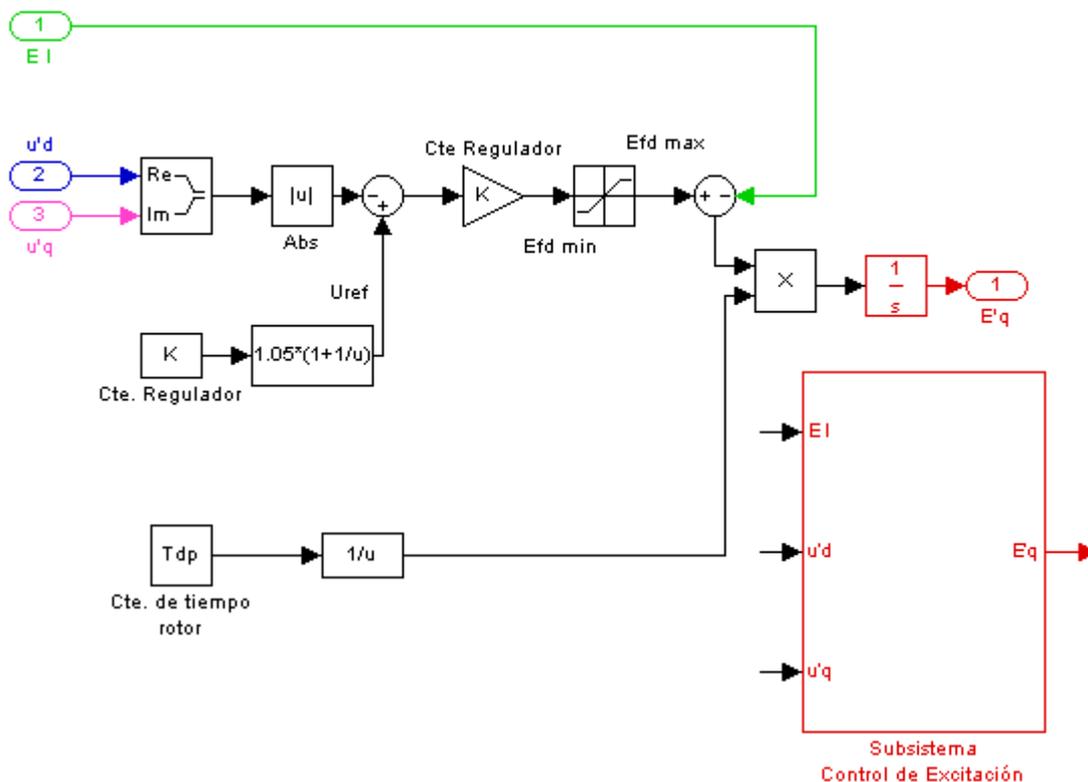


Fig. 45.- Diagrama de bloque del control de excitación del Compensador Síncrono.

6.- RESULTADOS

6.1.- Análisis dinámico sin considerar control de reactiva

Al realizar el estudio de la red después de producirse la perturbación y sin considerar control de reactiva en el nudo REC, se observa que la tensión en este nudo alcanza un valor inaceptable (Fig. 46a) en el permanente, presentándose por tanto un problema de estabilidad

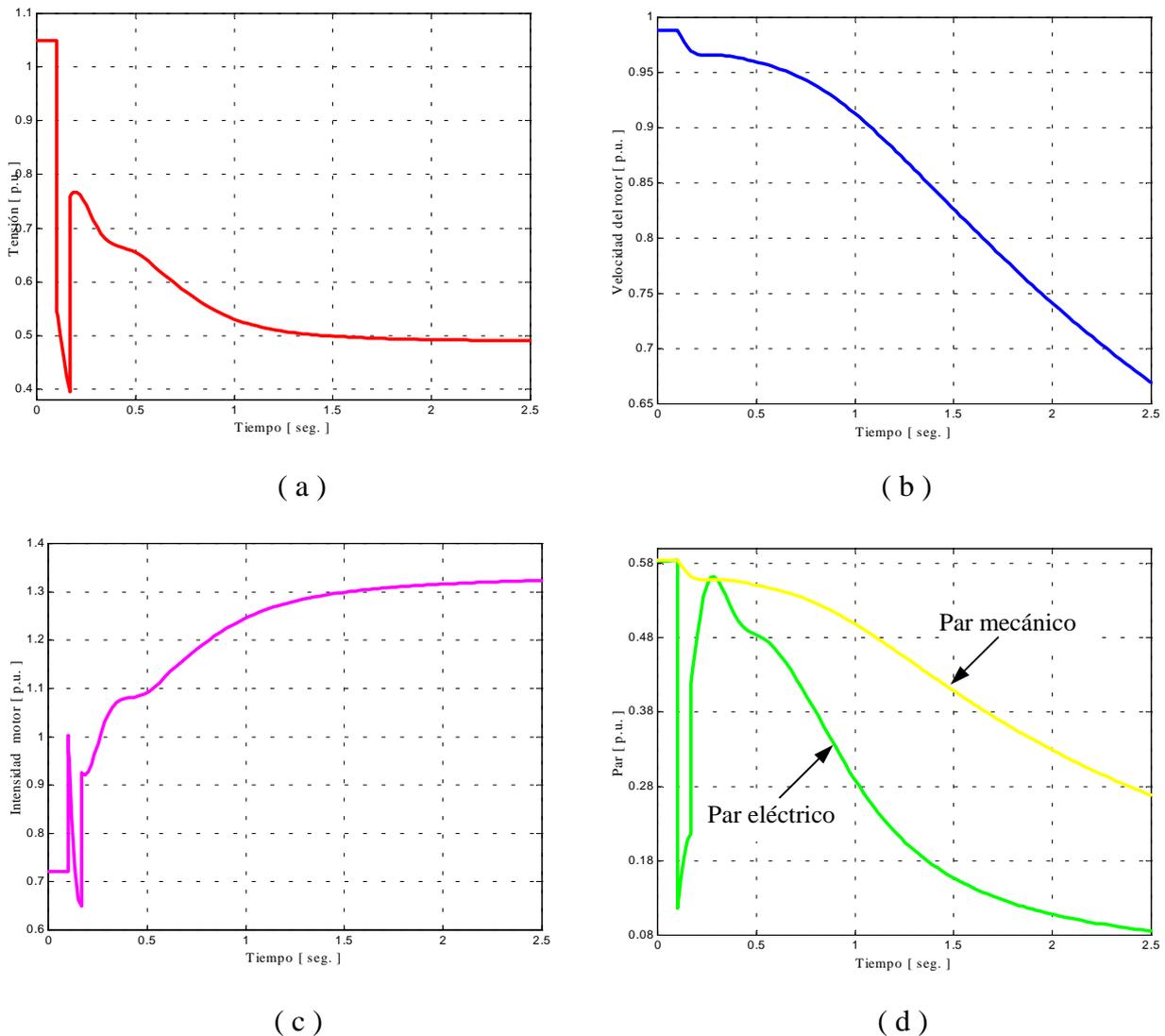


Fig. 46.- Comportamiento dinámico sin considerar control de reactiva en el Sistema.

(a) Tensión en el nudo REC.

(b) Velocidad del Motor de Inducción.

(c) Intensidad absorbida por el Motor.

(d) Par eléctrico y mecánico del Motor.

El origen del problema mostrado en la Fig. 46 se encuentra en que antes de que ocurra la perturbación el sistema se encuentra fuertemente cargado, hecho que se puede comprobar al observar los resultados del flujo de carga que se presenta en el capítulo 3, donde se muestra que el transformador está operando con un 20% de sobrecarga.

Este transformador alimenta a dos cargas; un motor que en régimen permanente está trabajando aproximadamente a un 60% de su carga nominal (instante inicial en la Fig. 46d) y una carga termostática que consume el otro 60%. Aunque el motor no está sobrecargado, cuando se produce el cortocircuito la tensión en el sistema disminuye bruscamente, lo cual causa una disminución del par eléctrico (Fig. 46d) del motor y por tanto una desaceleración del mismo (Fig. 46b); al despejarse la falta la tensión del sistema tiende a recuperarse y por lo tanto también el par; sin embargo, la pérdida de una línea debilita al sistema, que debe seguir alimentando la misma carga, lo que causa que la recuperación no sea suficiente para suministrar el par demandado por la carga con lo cual el rotor queda bloqueado produciéndose un efecto en cadena de aumento de la intensidad del motor (Fig. 46c) y disminución de la tensión hasta un punto de colapso (Fig. 46a).

Nótese que este fenómeno ha ocurrido aún cuando el motor antes de la perturbación estaba trabajando en condiciones de carga bajo la nominal, esto pone de manifiesto que la dinámica de las cargas rotativas es fundamental para el estudio de estabilidad de tensión ya que el análisis con modelos de motor cuasi-estacionario ($Z = \text{Cte}$, $P = \text{Cte}$, etc) pueden conducir a resultados erróneos, por ejemplo un análisis del modelo del motor como $Z = \text{Cte}$ da un punto de solución estable [5], hecho que de acuerdo a la Figura 46 es falso.

Para resolver este problema de estabilidad se ha adoptado como una posible solución el control de reactiva en el nudo REC, considerando los siguientes elementos:

- Banco de Condensadores conectados mecánicamente de 125 MVar.
- Controlador estático de potencia reactiva (SVC) +125/-75 MVar.
- Compensador Síncrono de 125 MVar.

que se colocan de forma alternativa para estudiar su efecto en el Sistema.

Los casos analizados, considerando la dinámica de los distintos elementos de control de reactiva conectados al nudo REC, así como la dinámica del Motor de Inducción del nudo LOAD son los que a continuación se detallan:

Caso A: Análisis de los casos base.

Corresponde al estudio de los casos 2, 3 y 4 definidos en el capítulo 2.

Se estudia el comportamiento dinámico de las siguientes variables, considerando los distintos métodos de control de reactiva con los datos especificados en el problema.

- Tensión del nudo REC.
- Velocidad del rotor del Motor de Inducción.
- Par eléctrico-Par mecánico del Motor de Inducción.
- Intensidad inyectada por el elemento de control de reactiva al nudo REC.
- Susceptancia del elemento de control de reactiva.

Caso B: Análisis del efecto del tiempo de retardo de la conexión del Banco de Condensadores.

Se trata de analizar el efecto que tiene en la estabilidad de tensión el tiempo que tarda el Banco de Condensadores en conectarse a la red.

Se estudia el comportamiento dinámico de las siguientes variables:

- Tensión del nudo REC.
- Velocidad del rotor del Motor de Inducción.
- Intensidad inyectada por el elemento de control de reactiva al nudo REC.
- Par eléctrico-Par mecánico del Motor de Inducción.

Caso C: Análisis del efecto del tamaño del Banco de Condensadores.

Se trata de analizar el efecto que tiene en la tensión del nudo REC el tamaño del Banco de Condensadores considerando distintos instantes de conexión y duración de la falta.

Caso D: Análisis del efecto del tiempo de retardo en el despeje de la falta.

Se trata de analizar el efecto que tiene en la estabilidad de tensión el tiempo que tarda en despejarse la falta.

Se estudia con las diferentes alternativas de control de reactiva el comportamiento dinámico de las siguientes variables:

- Tensión del nudo REC.
- Velocidad del rotor del Motor de Inducción.
- Intensidad inyectada por el elemento de control de reactiva al nudo REC.
- Par eléctrico-Par mecánico del Motor de Inducción.

6.2.- Análisis dinámico considerando control de reactiva

6.2.1.- Caso A: Análisis de los casos base

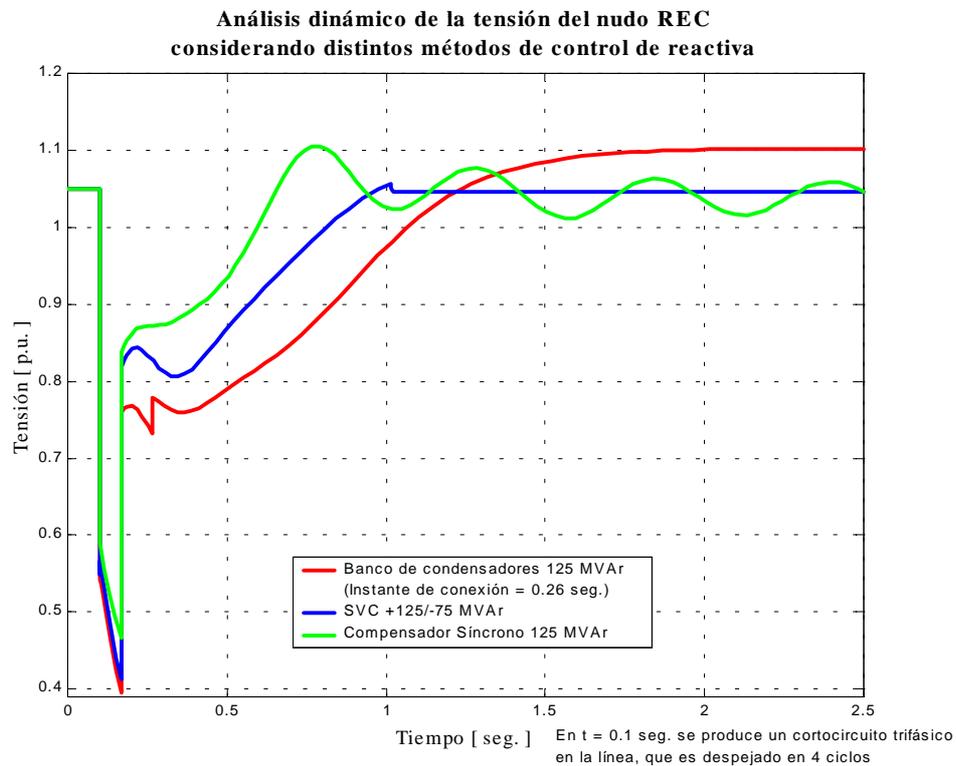


Fig. 47.- Análisis dinámico de la tensión en el nudo REC considerando distintos métodos de control de reactiva en el nudo REC.

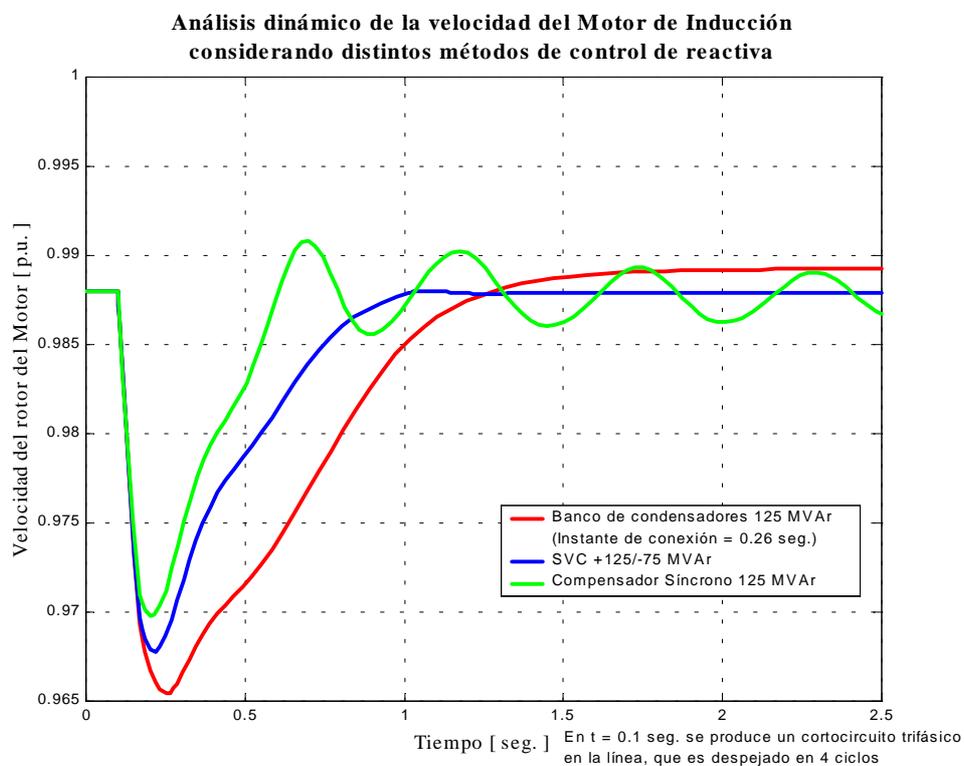


Fig. 48.- Análisis dinámico de la velocidad del rotor del Motor de Inducción considerando distintos métodos de control de reactiva en el nudo REC.

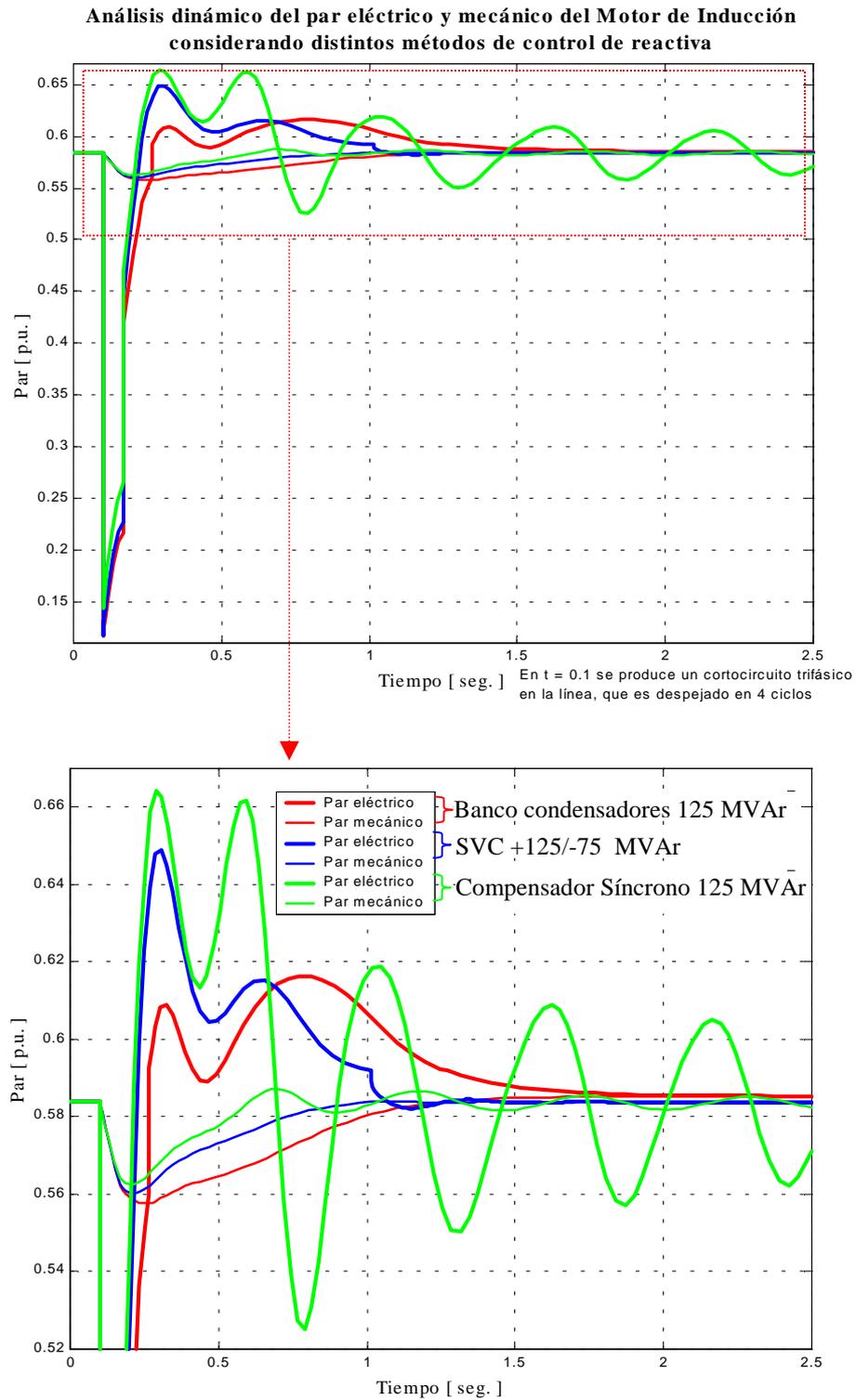


Fig. 49.- Análisis dinámico del par eléctrico y mecánico en el Motor de Inducción considerando distintos métodos de control de reactiva en el nudo REC.
 Líneas gruesas : Par eléctrico.
 Líneas finas : Par Mecánico.

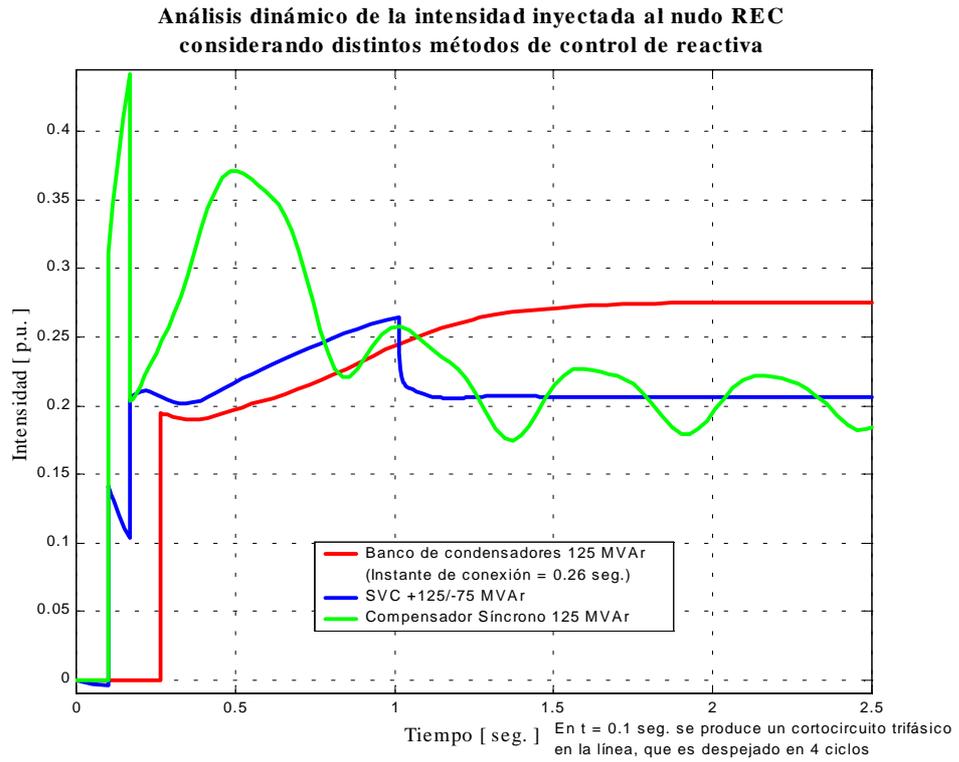


Fig. 50.- Análisis dinámico de la corriente inyectada al nudo REC considerando los distintos métodos de control de reactiva en el nudo REC.

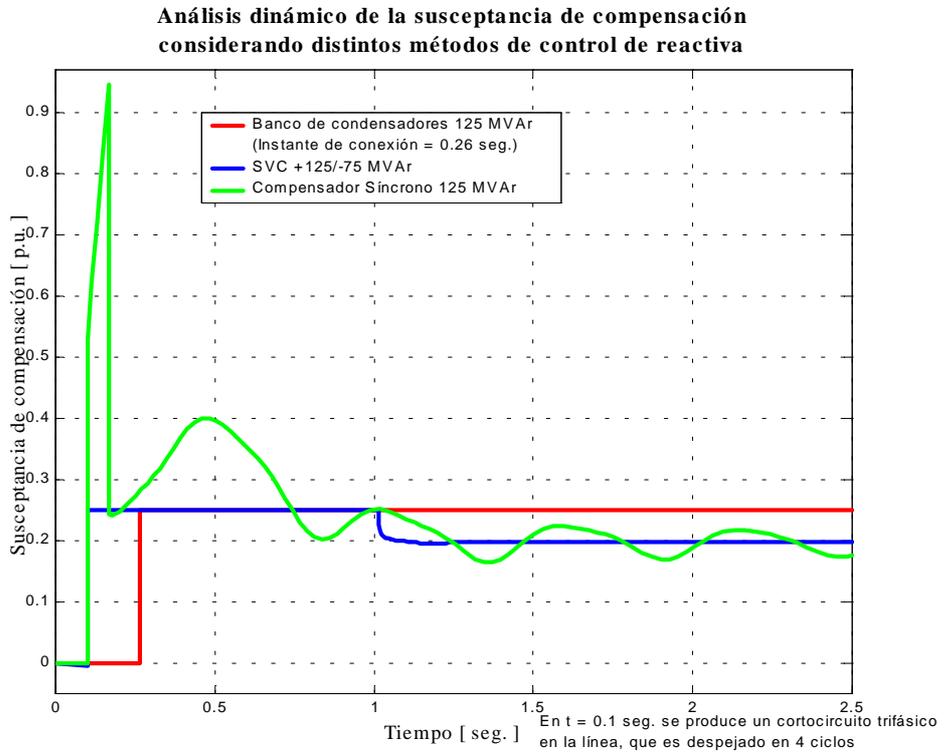


Fig. 51.- Análisis dinámico de la variación de la susceptancia de compensación considerando distintos métodos de control de reactiva en el nudo REC.

6.2.2.- Caso B: Análisis del efecto del tiempo de retardo de la conexión del Banco de Condensadores

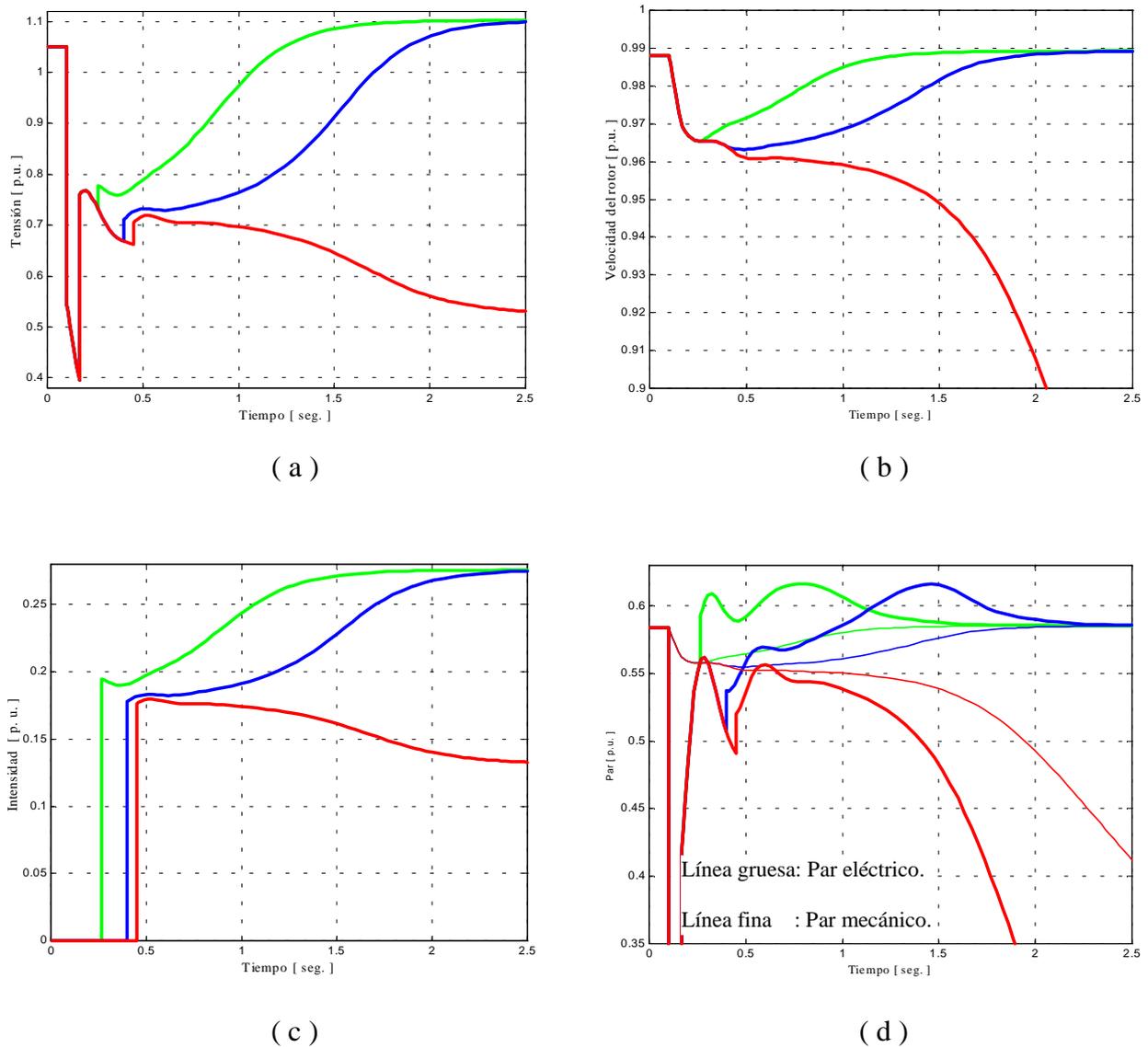


Fig. 52.- Análisis dinámico considerando diferentes instantes de conexión del banco de condensadores.

(a) Tensión en el nudo REC.

(b) Velocidad del Motor de Inducción.

(c) Intensidad inyectada al nudo REC.

(d) Par eléctrico y Mecánico del Motor.

— Instante de conexión del Banco = 0.26 seg.

— Instante de conexión del Banco = 0.40 seg.

— Instante de conexión del Banco = 0.45 seg.

6.2.3.- Caso C: Análisis del efecto del tamaño del Banco de Condensadores

Análisis dinámico de la tensión en el nudo REC considerando distintos tamaños del Banco de Condensadores e instante de conexión = 0.45 seg.

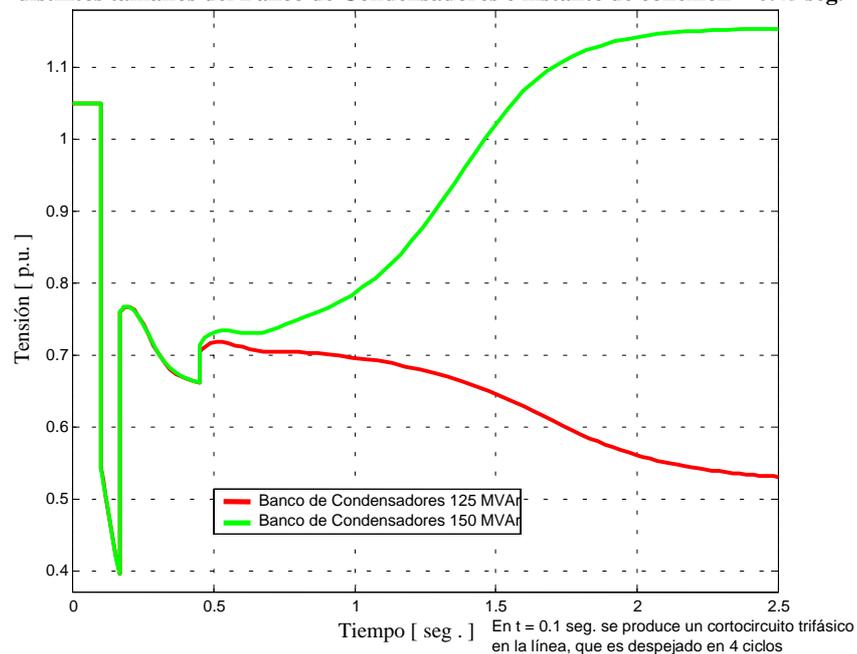


Fig. 53.- Análisis del efecto del tamaño del condensador en la tensión del nudo REC, considerando que el instante de conexión es igual a 0.45 seg. y la duración de la falta 4 ciclos.

Análisis dinámico de la tensión en el nudo REC considerando distintos tamaños del Banco de Condensadores para una duración de la falta de 5.75 ciclos

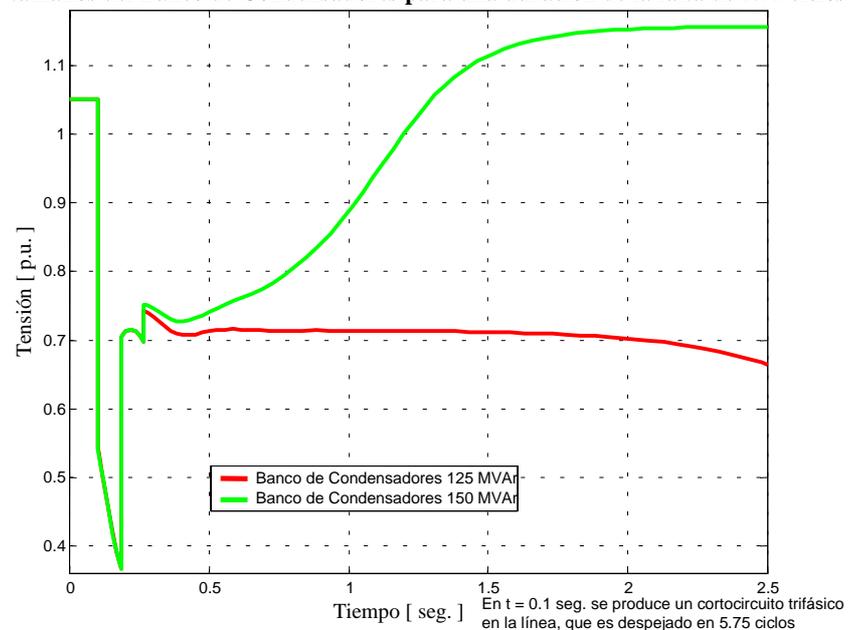


Fig. 54.- Análisis del efecto del tamaño del condensador en la tensión del nudo REC, considerando que el instante de conexión es igual a 0.2666 seg. y la duración de la falta 5.75 ciclos.

6.2.4.- Caso D: Análisis del efecto del tiempo de retardo en el despeje de la falta

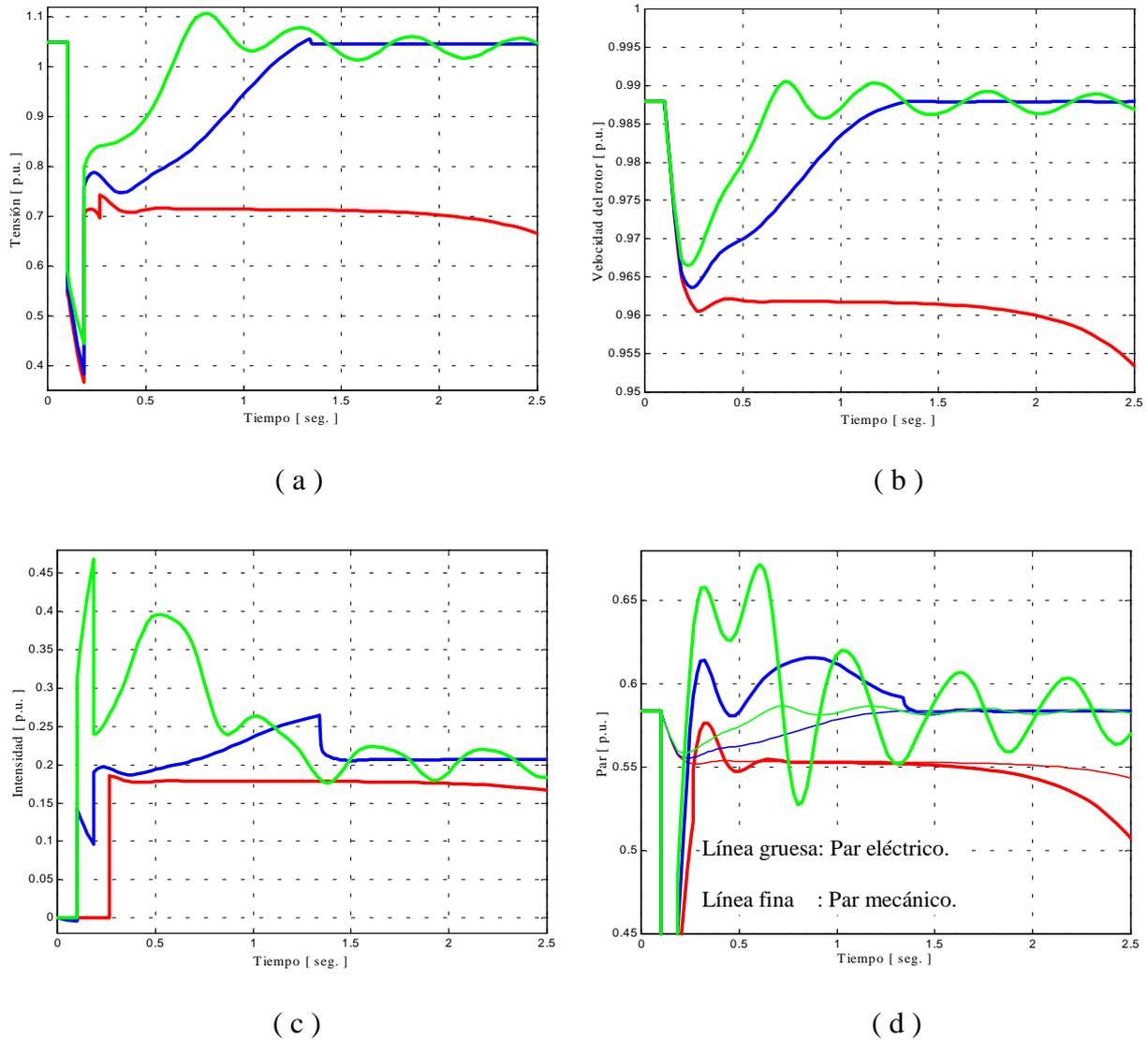


Fig. 55.- Análisis dinámico con duración de la falta de 5 ciclos considerando distintos métodos de control de reactiva.

(a) Tensión en el nudo REC.

(b) Velocidad del Motor de Inducción.

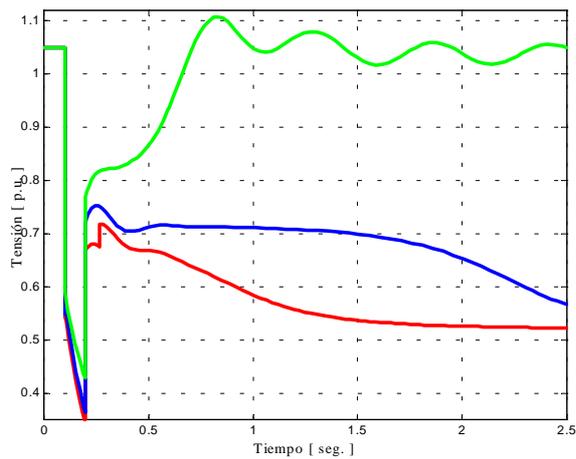
(c) Intensidad inyectada al nudo REC.

(d) Par eléctrico y Mecánico del Motor.

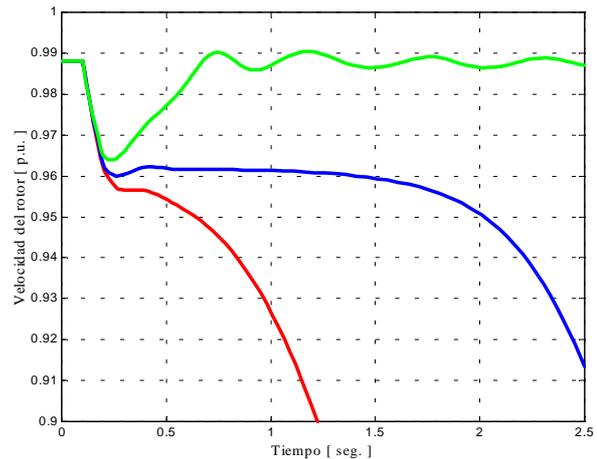
— Control de reactiva por banco de condensadores 125 MVar. Instante conexión = 0.26 seg.

— Control de reactiva por SVC +125/-7.5 MVar

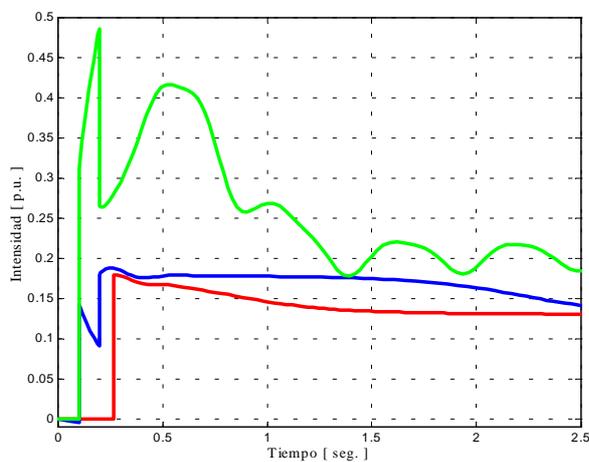
— Control de reactiva por Compensador Síncrono 125 MVar



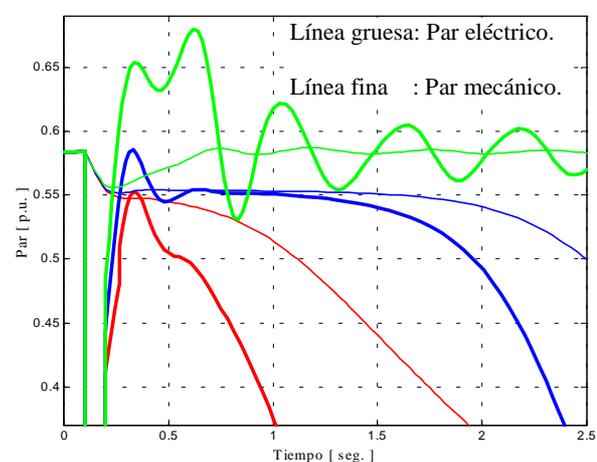
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 56.- Análisis dinámico con duración de la falta de 5.75 ciclos considerando distintos métodos de control de reactiva.

(a) Tensión en el nudo REC.

(b) Velocidad del Motor de Inducción.

(c) Intensidad inyectada al nudo REC.

(d) Par eléctrico y Mecánico del Motor.

— Control de reactiva por banco de condensadores 125 MVar. Instante conexión = 0.26 seg.

— Control de reactiva por SVC +125/-7.5 MVar

— Control de reactiva por Compensador Síncrono 125 MVar

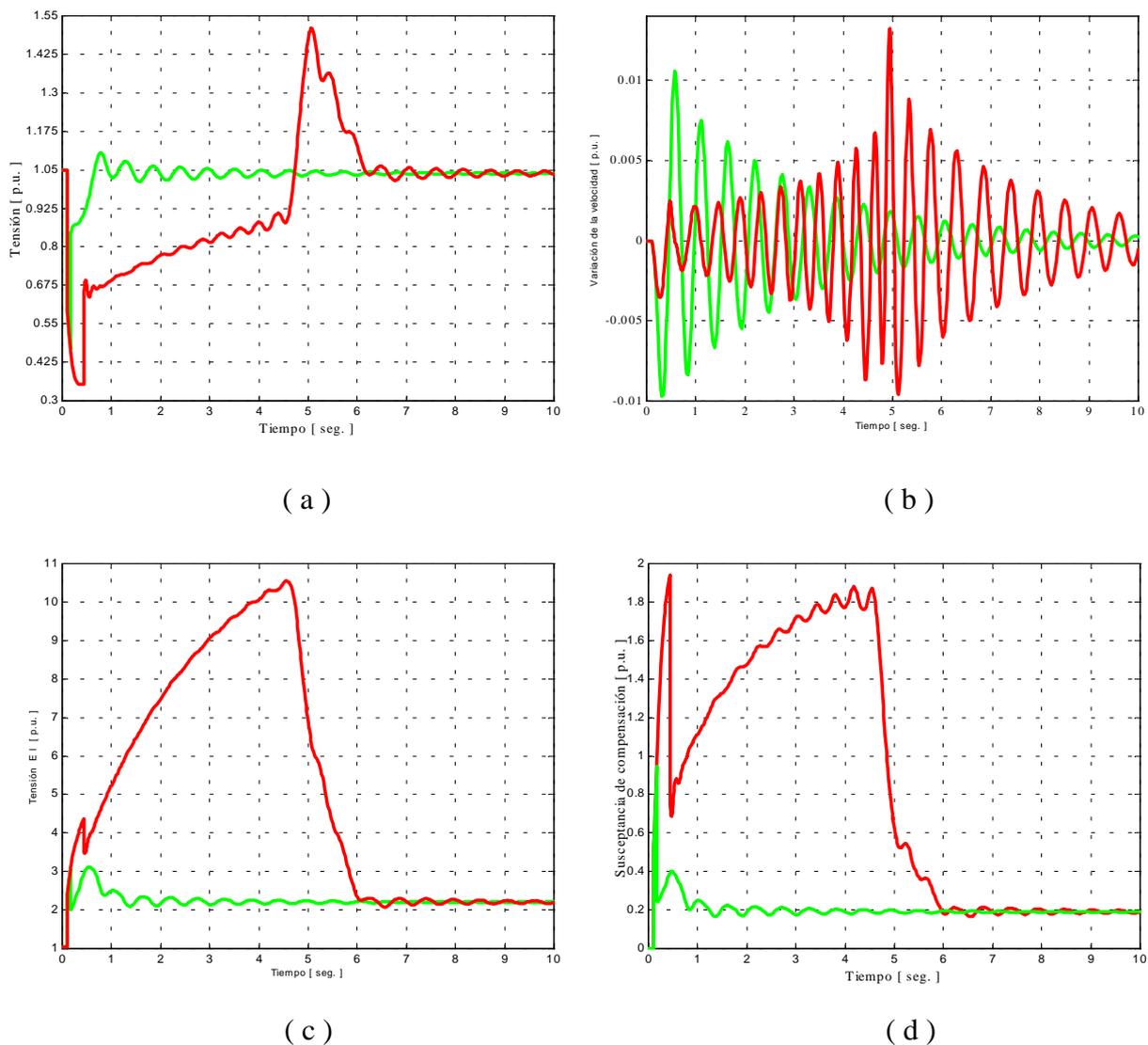


Fig. 57.- Análisis del efecto de la duración de la falta en el comportamiento dinámico del Compensador Síncrono (CS).

- (a) Tensión en el nudo REC.
- (b) Variación de Velocidad del CS.
- (c) Tensión E_f en el CS. proporcional a la intensidad de excitación.
- (d) Susceptancia compensación del CS.

— Tiempo de duración de la falta de 20 ciclos.
— Tiempo de duración de la falta de 4 ciclos

7.- CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado un conjunto de programas de simulación en Simulink que permiten el estudio de la estabilidad de tensión de una red ante una gran perturbación, considerando tanto la dinámica de los elementos de control de reactiva, así como la de los motores de inducción.

Se ha analizado el caso particular de una red obtenida de la referencia [1] considerando distintos casos de estudio, para cada uno de los cuales se puede concluir que:

Caso A: Análisis de los casos base.

Se comprueba que con las distintas alternativas de control de reactiva es posible resolver el problema de estabilidad de tensión que se observa en la Fig. 46, ya que como se muestra en la Fig. 47 la tensión en el nudo REC se recupera a un valor aceptable después de ocurrida la perturbación; sin embargo, el valor final de esta tensión en estado estacionario depende del método de control. El control automático del SVC y del Compensador Síncrono aseguran que después de ocurrida la perturbación, la tensión alcanza un valor igual al obtenido en la situación de pre-falta (1.05 p.u.), por el contrario con el Banco de Condensadores no se puede conseguir este efecto porque no está controlado (susceptancia constante) (Fig. 51) y por lo tanto el nivel de tensión, en este caso, es superior al del régimen permanente inicial

En cuanto al tipo de respuesta dinámica de las diferentes alternativas de control de reactiva, (Fig. 47-51) se observa que el compensador síncrono es el que responde de manera más rápida, aunque su respuesta es más oscilatorio debido a la inercia de la máquina, sin embargo el SVC tiene una respuesta similar al compensador síncrono y menor coste efectivo. En cuanto al banco de condensadores mecánicamente conectado es la alternativas más económica, pero su respuesta es la más lenta.

En cuanto a la diferencia entre el par eléctrico y el par mecánico del motor (Fig. 49), en los primeros instantes después de la perturbación se aprecia que el condensador síncrono presenta la mayor diferencia y por lo tanto se encuentra más alejado de la posibilidad de rotor

bloqueado, que es una de las causas del problema de estabilidad de tensión. El SVC tiene un comportamiento similar y el banco de condensadores presenta la diferencia más pequeña.

Caso B: Análisis del efecto del tiempo de retardo de la conexión del Banco de Condensadores.

El tiempo que tarda el banco de condensadores en ser conectado a la red después de ser despejada la falta es una variable fundamental, puesto que existe un tiempo crítico después del cual el sistema no es capaz de estabilizarse ($t_{\text{crítico}} = 0.28$ seg.) como se aprecia en la Fig. 52 el tiempo de respuesta es mayor a mayor retardo de conexión del banco.

También se observa en la Fig. 52b que la aceleración del rotor del motor es más lenta mientras mayor es el retardo de conexión, de forma similar la diferencia entre el par eléctrico y mecánico (Fig. 52d) también es menor a medida que demora más en conectarse el banco.

Caso C: Análisis del efecto del tamaño del Banco de Condensadores.

Este análisis pone de manifiesto que el problema de estabilidad de tensión es muy sensible a los niveles de reactiva existentes, como se observa en las Fig. 53 y 54 al aumentar el tiempo de retardo de conexión del banco o de duración de la falta el sistema es capaz de mantener una condición de operación estable sólo si se aumenta el tamaño del banco de condensadores.

Caso D: Análisis del efecto del tiempo de retardo en el despeje de la falta.

El tiempo de retardo en el despeje de la falta afecta de forma clara al comportamiento del banco de condensadores y el SVC, causando una disminución del tiempo de respuesta así como una mayor probabilidad de la pérdida de estabilidad de tensión del sistema. El elemento de control de reactiva más sensible a esta variable es el banco de condensadores tal como se puede apreciar en la Fig. 55, donde para un tiempo de despeje de falta de 5 ciclos el banco es incapaz de mantener la estabilidad del sistema, el SVC responde apropiadamente pero en un mayor tiempo y el condensador síncrono pareciera no verse afectado.

En la Fig. 56 se observa que el SVC no es capaz de mantener la tensión para un tiempo de duración de la falta de 5.75 ciclos pues el nivel de tensión es insuficiente para acelerar el motor después del cortocircuito, nuevamente la respuesta del compensador síncrono parece no verse afectada.

Producto de la supuesta robustez del compensador síncrono se analiza en la Fig. 57 la sensibilidad de éste ante largos tiempos de duración de la falta, los resultados muestran que solamente para altos tiempos de retardo la forma de la respuesta se ve afectada, sin embargo, el sistema siempre alcanza la estabilidad. Por otra parte, si se observa la Fig. 57d se aprecia que ante esta situación el compensador entrega toda la reactiva que le demanda el sistema sin ningún límite, puesto que el modelo desarrollado no incluye los límites de la excitación. Este hecho explica el por qué el compensador responde satisfactoriamente para cualquier tiempo de duración de la falta.

En consecuencia, el tiempo de retardo en el despeje de la falta es una variable importante, pero para poder realizar análisis comparativos de distintos elementos de control de reactiva es imprescindible que el compensador incluya un modelo de control de excitación.

A pesar de los resultados mostrados, es importante señalar que la sensibilidad del sistema de estudio ante esta variable es alta puesto que el sistema es relativamente débil debido a su naturaleza radial .

Conclusiones Finales.

El análisis de los resultados presentados demuestran que el tipo de control y el tiempo de respuesta de éste son críticos para resolver el problema de estabilidad de tensión. En particular el tamaño y el instante de conexión de la compensación reactiva es determinante para que estos controles tengan éxito.

La necesidad de reactiva después de una perturbación puede obtenerse usando bancos de condensadores mecánicamente conectados con costes iniciales significativamente bajos, sin embargo, el empleo de los SVC, que es una alternativa más cara, tienen la ventaja adicional de que son capaces de realizar un control de las oscilaciones rápidas del sistema debido a su

alta velocidad de respuesta, además, los costes de mantenimiento son menores porque no existen dispositivos mecánicos de los que haya que preocuparse.

Por lo tanto, los bancos de condensadores son adecuados para realizar compensaciones de reactiva de forma local o directamente conectados en los nudos de carga. Sin embargo, para el caso de la compensación en nudos de control de la red de transporte esta alternativa no es la mejor, siendo preferible el empleo de SVC o compensadores síncronos.

En cuanto a la comparación entre el SVC y el compensador síncrono puede decirse que en general son de comportamiento similar, sin embargo el coste y las pérdidas de un SVC son menores, pero tienen la desventaja de una respuesta más lenta, menores capacidades de sobrecarga [1] y además son una fuente de contaminación armónica para la red.

La estabilidad de tensión de un sistema es altamente dependiente de la naturaleza de las cargas por lo cual es importante contar con modelos que las representen lo mejor posible, en este contexto los modelos estáticos no siempre son apropiados para el análisis de todas las situaciones, debiendo emplearse modelos dinámicos, especialmente cuando la demanda del sistema está constituida mayoritariamente por cargas de naturaleza rotatoria.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Carson W. Taylor, “Power System Voltage Stability”. McGraw-Hill, Inc. 1994.

- [2] C.V. Thio, SM et. al, “New Synchronous Compensators for the Nelson River HVDC System – Planning Requirements and Specifications”. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, No 2, April 1991, pp. 922-928.

- [3] IEEE/PES Power System Stability Subcommittee Special Publication, “Voltage Stability Assessment, Procedures and Guides”. Final Draft, January 2001.
<http://www.power.uwaterloo.ca>

- [4] Luis S. Vargas, Claudio A. Cañizares, “ Time Dependence of Controls to Avoid Voltage Collapse”, IEEE Trans. Power Systems, July 2000.

- [5] R. M^a de Castro, H. N. Díaz, “Simulación y análisis de las características Q-U de un Sistema Eléctrico Equivalente”. Informe del ejercicio primero del Capítulo VI del texto C. W. Taylor.

A N E X O

Programas en MATLAB

```

%Descripción: ent.m
%
% Función para el ingreso de los datos de la red de estudio pa
ra el cálculo de YBus

function [n,l,t,datos,cr]=ent

clc;
disp('*****DATOS DE LA RED DE ESTUDIO*****
*****');
n=input('Número de nudos=');
l=input('Número de líneas=');
t=input('Número de transformadores=');

disp('          DATOS SOBRE LOS NUDOS');
for i=1:n
    s=sprintf('NUDO=%li',i);
    disp(s);

    cr(i,1)=input('Parte real compensación reactiva (admitancia)=');
    cr(i,2)=input('Parte imaginaria compensación reactiva (admitancia)=
');
    clc;
end

for i=1:l
    disp('          DATOS SOBRE LAS LÍNEAS');
    s=sprintf('LÍNEA=%li',i);
    disp(s);
    datos(i,1)=1;
    datos(i,2)=input('Nudo origen=');
    datos(i,3)=input('Nudo destino=');
    datos(i,4)=input('Parte real de la impedancia de línea=');
    datos(i,5)=input('Parte imaginaria de la impedancia de línea=');
    datos(i,6)=input('Mitad de la admitancia de carga=');
    clc;
end
clc;

for i=(l+1):(l+t)
    disp('          DATOS SOBRE LOS TRAFOS');
    s=sprintf('TRAFO=%li',(i-1));
    disp(s);
    datos(i,1)=2;
    datos(i,2)=input('Nudo primario (Nudo de tomas fijas)=');
    datos(i,3)=input('Nudo secundario (Nudo de tomas variables)=');
    datos(i,4)=input('Parte real de la impedancia de cortocircuito=');
    datos(i,5)=input('Parte imaginaria de la impedancia de cortocircuit
o=');
    datos(i,6)=input('Relación de transformación 1:a (Tomas fijas):(Tom
as variables)=');
    clc;
end
clc;

```

```

%Descripción: ynudos.m
%
% Programa general para calcular la matriz YBus conocidos los
datos de la
% red de estudio

function Yn=ynudos(n,l,datos,cr)

%Inicialización
Yn=zeros(n,n);

for k=1:l
    or=datos(k,2);
    d=datos(k,3);

    if datos(k,1)==1
        z=datos(k,4)+i*datos(k,5);
        y=inv(z);
        ym=i*datos(k,6);
        Yn(or,or)=Yn(or,or)+y+ym;
        Yn(d,d)=Yn(d,d)+y+ym;
    else
        a=datos(k,6);
        z=datos(k,4)+i*datos(k,5);
        ymor=1/z;
        y=ymor/a;
        Yn(or,or)=Yn(or,or)+ymor;
        Yn(d,d)=Yn(d,d)+ymor/(a^2);
    end

    Yn(or,d)=Yn(or,d)-y;
    Yn(d,or)=Yn(or,d);

end

for k=1:n
    Yn(k,k)=Yn(k,k)+cr(k,1)+i*cr(k,2);
end

```

```

%Descripción: mad.m
%
%      Funciones que emplea: ent.m
%                               ynudos.m
%
%      Función para calcular la matriz YBus para la situación de pr
e-falta, falta
% y post-falta específica indicada en el problema 1 del Cap. VI del
Taylor

function [Yn,Ync,Yns]=mad

clear all

%Entrada de datos
[n,l,t,datos,cr]=ent;
lt=l+t;

%MATRIZ DE ADMITANCIAS ORIGINAL. SITUACIÓN PRE-FALTA

Yn=ynudos(n,lt,datos,cr);

%MATRIZ DE ADMITANCIAS CON LÍNEA CORTOCIRCUITADA. SITUACIÓN FALTA

lt1=lt+1;
datos(lt1,1)=1;
datos(lt1,2)=1;
datos(lt1,3)=3;
datos(lt1,4)=0;
datos(lt1,5)=-datos(1,5);
datos(lt1,6)=-2/datos(1,5);
Ync=ynudos(n,lt1,datos,cr);

%MATRIZ DE ADMITANCIAS SIN LÍNEA EN FALTA. SITUACIÓN POST-FALTA

lt1=lt+1;
datos(lt1,1)=1;
datos(lt1,2)=1;
datos(lt1,3)=3;
datos(lt1,4)=0;
datos(lt1,5)=-datos(1,5);
datos(lt1,6)=-datos(1,6);
Yns=ynudos(n,lt1,datos,cr);

```

```

%Descripción: ptaylor.m
%
%Funciones que emplea: mad.m
%
% Programa principal para calcular las constantes necesarias p
ara obtener
% la tensión en el nudo REC y la intensidad absorbida por el motor
en las
% situaciones de pre-falta, falta y post-falta del problema 1 del C
ap. VI del Taylor

```

```

%CÁLCULO DE LA YBUS PARA SITUACIÓN PRE-FALTA, FALTA, POST-FALTA

```

```

[Yn,Ync,Yns]=mad;

```

```

%RÉGIMEN PERMANENTE. SITUACIÓN PRE-FALTA

```

```

[m,n]=size(Yn);
Ygg=Yn([1 m/2],[1 n/2]);
Ygr=Yn([1 m/2],[n/2+1 n]);
Yrr=Yn([m/2+1 m],[n/2+1 n]);
M=-inv(Yrr)*Ygr;
[m,n]=size(M);
U3=M(1,[1 n]);
U3v=[];

for k=1:n
U3v=[U3v;real(U3(1,k));imag(U3(1,k))];
end

U3v=U3v';
N=-(Ygg+Ygr*M);
[m,n]=size(N);
Im=N(m,[1 n]);
Imv=[];

for k=1:n
Imv=[Imv;real(Im(1,k));imag(Im(1,k))];
end

Imv=Imv';

```

```

A=0;
B=0;
C=0;
D=0;

```

```

%CORTOCIRCUITO EN LA MITAD DE UNA LÍNEA. SITUACIÓN DE FALTA
[m,n]=size(Ync);
Ygg=Ync([1 m/2],[1 n/2]);
Ygr=Ync([1 m/2],[n/2+1 n]);
Yrr=Ync([m/2+1 m],[n/2+1 n]);
M=-inv(Yrr)*Ygr;

```

```

[m,n]=size(M);
U3=M(1,[1 n]);
U3vc=[];

for k=1:n
U3vc=[U3vc;real(U3(1,k));imag(U3(1,k))];
end

U3vc=U3vc';
N=-(Ygg+Ygr*M);
[m,n]=size(N);
Im=N(m,[1 n]);
Imvc=[];

for k=1:n
Imvc=[Imvc;real(Im(1,k));imag(Im(1,k))];
end

Imvc=Imvc';
z=inv(Yrr);
Ac=real(z(1,1));
Bc=imag(z(1,1));
z=Ygr*z;
Cc=real(z(2,1));
Dc=imag(z(2,1));

%LÍNEA EN FALTA ELIMINADA. SITUACIÓN DE POST-FALTA

[m,n]=size(Yns);
Ygg=Yns([1 m/2],[1 n/2]);
Ygr=Yns([1 m/2],[n/2+1 n]);
Yrr=Yns([m/2+1 m],[n/2+1 n]);
M=-inv(Yrr)*Ygr;
[m,n]=size(M);
U3=M(1,[1 n]);
U3vs=[];

for k=1:n
U3vs=[U3vs;real(U3(1,k));imag(U3(1,k))];
end

U3vs=U3vs';
N=-(Ygg+Ygr*M);
[m,n]=size(N);
Im=N(m,[1 n]);
Imvs=[];

for k=1:n
Imvs=[Imvs;real(Im(1,k));imag(Im(1,k))];
end

Imvs=Imvs';
z=inv(Yrr);
As=real(z(1,1));

```

```
Bs=imag(z(1,1));  
z=Ygr*z;  
Cs=real(z(2,1));  
Ds=imag(z(2,1));
```

```

%Descripción: cinic.m
%
% Función que emplea el circuito equivalente para régimen esta
cionario
% del motor de inducción para calcular las condiciones en régimen per
manente
% de las variables:
% - Deslizamiento
% - Velocidad del rotor
% - Intensidad absorbida por motor
% - Tensión aplicada al rotor
% - Potencia reactiva
% - Par eléctrico
% Datos de entrada:
% - Tensión del motor Um
% - Potencia activa absorbida Pm
% - Parámetros del motor: Rs,Xs,Xm,Xr,Rr
% Variables de salida:
% - Par eléctrico Te
% - Vector x0=[Parte real tensión aplicada al r
otor u'd
% Parte imaginaria tensión aplicad
a al rotor u'q
% Velocidad del rotor wr]

function [Te,x0]=cinic(Pm,Um,Rs,Xs,Xm,Xr,Rr)

% Resolución de la ecuación de segundo grado para el cálculo del des
lizamiento

Xp=Xs+Xm*Xr/(Xm+Xr);
A=-Xs*(Xm+Xr)-Xr*Xm;
B=Rs*(Xm+Xr);
C=Pm*A^2+Pm*B^2-Rs*(Xm+Xr)^2;
D=2*Pm*Rs*Rr*A+2*Pm*(Xs*Rr+Rr*Xm)*B-Rr*Xm^2;
E=Pm*(Rs*Rr)^2+Pm*(Xs*Rr+Rr*Xm)^2-Rs*Rr^2;
sol=roots([C D E]);

s=min(sol); % Deslizamiento
x0(3)=1-s; % Wr inicial en p.u.

% Fasor intensidad absorbida en p.u.

Im=Um/(Rs+j*Xs+(Rr/s+j*Xr)*j*Xm/(Rr/s+j*(Xm+Xr)));

Up=Um-(Rs + j*Xp)*Im;

x0(1)=real(Up); % U'd inicial en pu.
x0(2)=imag(Up); % U'q inicial en pu.

Qm=imag(Um*conj(Im)); % Potencia reactiva
Te=x0(1)*real(Im)+x0(2)*imag(Im); % Par eléctrico

```

```

%Descripción: rotorind.m
%
%Función que emplea: cinic.m
%
% Este bloque S-function actúa como una subrutina ejecutada en
  Matlab.
%
% Se evalua la salida como:
% y = f(u)
% u : entradas
% y : Salidas son devueltas en sys
%
% Programa que resuelve el conjunto de ecuaciones diferenciales
que describen el comportamiento del Rotor del Motor de Inducción:
% - Ecuaciones para establecer la interfase rotor con la
red estática
% - Ecuación de oscilación del rotor
%
% Parámetros de entrada:
% - Variables de estado x
% - Variables de entrada u
% - Parámetros del motor: Rs, Xs, Xm, Xr, Rr, H
% - Constantes del par mecánico: A*w^2+B*w+C
% - Potencia activa y tensión del motor: Pm, Um
%
% Variables de salida:
% - sys: Tensión aplicada al rotor u'd+ju'q y velocidad wr
%
%ECUACIONES DIFERENCIALES DEL ROTOR DE INDUCCIÓN

function [sys, x0]=rotorind(t,x,u,flag,Rs,Xs,Rr,Xr,Xm,H,A,B,C,D,Pm,Um)

%Parametros

Wb=2*pi*60;
X = (Xs + Xm);
Xp = ( Xs + Xm*Xr/(Xm+Xr) );

%Cálculo de la condiciones iniciales del motor conocida la potencia
activa y tensión

[Te,dato]=cinic(Pm,Um,Rs,Xs,Xm,Xr,Rr);

wo=dato(3); % Velocidad inicial del rotor en p.u.

To = Te/(A*wo^2+B*wo+C); % Constante del par mecánico inicial en p.
u.
Top = ((Xr+Xm)/Rr)/Wb; % Constante de tiempo del rotor en seg.

%Nomenclatura utilizada:

```

```

%Variables de estado
%x(1) = u'd  Parte real de la tensión aplicada al rotor en p.u.
%x(2) = u'q  Parte imaginaria de la tensión aplicada al rotor en p.u
.
%x(3) = wr   Velocidad del rotor en p.u.

%Variables de entrada:
%u(1) = ids  Parte real de la intensidad absorbida por el motor
%u(2) = iqs  Parte imaginaria de la intensidad absorbida por el moto
r

%Modelo

if abs(flag)==1

    %Variables de estado del sistema
    sys(1) = -1/Top*(x(1)+(X-Xp)*u(2)) + (1-x(3))*Wb*x(2);
    sys(2) = -1/Top*(x(2)-(X-Xp)*u(1)) - (1-x(3))*Wb*x(1);
    sys(3) = 1/(2*H)*(x(1)*u(1) + x(2)*u(2) - To*(A*x(3)^2 + B*x(3)
+C) - D*x(3));

elseif flag==3

    %Salida del sistema
    sys=[x(1); x(2);x(3)];

elseif flag==0

    %Parámetros y condiciones iniciales
    %1ro: Número de estados continuos
    %2do: Número estados discretos
    %3ro: Número de salidas x
    %4to: Número de entradas u

    sys=[3;0;3;2;0;0];
    x0=dato;

else

    sys=[];

end

```

```

%Descripción: Tdqf.m
%
% Este bloque S-function actua como una subrutina ejecutada en
% Matlab.
% no existen variables continuas (derivadas)
%
% Se evalua la salida como:
% y = f(u)
% u : entradas
% y : Salidas son devueltas en sys
%
% Bloque para transformar intensidades d-q a intensidades en e
% jes real-imaginario
%
% Parámetros de entrada:
% - Variables de entrada u
%
% Variables de salida:
% - sys: intensidades referidas a los ejes real
% -imaginario
%

function [sys, x0 ]=Tdqf(t,x,u,flag)

%Nomenclatura utilizada:

%Variables de Salida
%sys(1) = Ireal Intensidad referida al eje real
%sys(2) = Iimag Intensidad referida al eje imaginario

%Variables de entrada:
%u(1) = i'd Intensidad referida al eje d
%u(2) = i'q Intensidad referida al eje q
%u(3) = delta Ángulo entre el eje q y el eje real

if flag==3

%salida del sistema
A=[sin(u(3)) cos(u(3)); - cos(u(3)) sin(u(3))];
Irm=A*[u(1); u(2)];
sys =[Irm(1) ; Irm(2)];

elseif flag==0

%Parámetros y condiciones iniciales
%1ro: Número de estados continuos
%2do: Número estados discretos
%3ro: Número de salidas x
%4to: Número de entradas u
% los otros cero

sys=[0;0;2;3;0;1];

```

```
        x0=[];  
    else  
        sys=[];  
end
```

```

%Descripción: Tfdq.m
%
% Este bloque S-function actua como una subrutina ejecutada en
Matlab.
% no existen variables continuas (derivadas)
%
% Se evalua la salida como:
% y = f(u)
% u : entradas
% y : Salidas son devueltas en sys
%
% Bloque para transformar tensiones en ejes real-imaginario a
tensiones en ejes d-q
%
% Parámetros de entrada:
% - Variables de entrada u
%
% Variables de salida:
% - sys: tensiones referidas a los ejes d-q
%

function [sys, x0 ]=Tfdq(t,x,u,flag)

%Nomenclatura utilizada:
%Variables de Salida
%sys(1) = u'd Tensión referida al eje d
%sys(2) = u'q Tensión referida al eje q

%Variables de entrada:
%u(1) = ureal Tensión referida al eje real
%u(2) = uimag Tensión referida al eje imaginario
%u(3) = delta Ángulo entre el eje q y el eje real

if flag==3

%salida del sistema
A=[sin(u(3)) cos(u(3)); - cos(u(3)) sin(u(3))];
Udq=inv(A)*[u(1); u(2)];
sys =[Udq(1) ; Udq(2)];

elseif flag==0

%Parámetros y condiciones iniciales
%1ro: Número de estados continuos
%2do: Número estados discretos
%3ro: Número de salidas x
%4to: Número de entradas u
% los otros cero

sys=[0;0;2;3;0;1];
x0=[];

else

```

```
end      sys=[];
```

```

%Descripción: gsinc.m
%
% Este bloque S-function actúa como una subrutina ejecutada en
% Matlab.
%
% Se evalua la salida como:
% y = f(u)
% u : entradas
% y : Salidas son devueltas en sys
%
% Programa que resuelve el conjunto de ecuaciones que permiten simu
lar
% la dinámica del estator del compensador síncrono
%
% Parámetros de entrada:
% - Variables de entrada u
% - Parámetros del generador: Ra,Xd,Xq,Xdp
% - Reactancia del transformador de acoplamiento
o: Xt
%
% Variables de salida:
% - sys: Intensidades i'd+ji'q y velocidad wr
%
%ECUACIONES DEL COMPENSADOR SÍNCRONO
function [sys, x0 ]=gsinc(t,x,u,flag,Ra,Xd,Xq,Xdp,Xt)

%Nomenclatura utilizada:
Xd=Xd+Xt; %Suma Xtrafo a cada X del generador
Xq=Xq+Xt;
Xdp=Xdp+Xt;

%Variables de Salida
%sys(1) = i'd Intensidad en el eje d cedida por el compen
r
%sys(2) = i'q Intensidad en el eje q cedida por el compensador
%sys(3) = El Tensión El proporcional a la excitación

%Variables de entrada:
%u(1) = u'd Tensión en el eje d aplicada al rotor del compen
sador
%u(2) = u'q Tensión en el eje q aplicada al rotor del compen
sador
%u(3) = E'q Tensión E'q del modelo del Compensador

if flag==3

%salida del sistema
A=[-Ra Xq ; -Xdp -Ra];
udq=[u(1) u(2)]';
B=[0 u(3)]';
Idq=inv(A)*(udq-B); % Intensidades d-q cedidas por el com
pensador=[i'd;i'q]
El=u(3)+(Xd-Xdp)*Idq(1);
sys =[Idq(1) Idq(2) El];

```

```
elseif flag==0

    %Parámetros y condiciones iniciales
    %1ro: Número de estados continuos
    %2do: Número estados discretos
    %3ro: Número de salidas x
    %4to: Número de entradas u
    % los otros cero

    sys=[0;0;3;3;0;1];
    x0=[];

else

    sys=[];

end
```

```

%Descripción: geosc.m
%
% Este bloque S-function actúa como una subrutina ejecutada en
Matlab.
%
% Se evalua la salida como:
% y = f(u)
% u : entradas
% y : Salidas son devueltas en sys
%
% Programa que resuelve la ecuación diferencial que
describe la oscilación del rotor del compensador síncrono
%
% Parámetros de entrada:
% - Variables de estado x
% - Variables de entrada u
% - Parámetros del motor:H
%
% Variables de salida:
% - sys: ángulo delta y variación de velocidad
del rotor wr
%
%ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL ROTOR DEL COMPENSADOR SÍNCRONO

function [sys, x0]=geosc(t,x,u,flag,H)

%Variables de estado
%x(1) = delta (ángulo entre el eje q y el eje real)
%x(2) = Incremento de velocidad del rotor wr

%Variables de entrada:
%u(1) = i'd Intensidad en eje d cedida por el compensador
%u(2) = i'q Intensidad en eje q cedida por el compensador
%u(3) = u'd Tensión en el eje d aplicada al rotor
%u(4) = u'q Tensión en el eje q aplicada al rotor

%ECUACIÓN DE OSCILACIÓN DEL COMPENSADOR SÍNCRONO
if abs(flag)==1

    %variables de estado del sistema
    sys(1) = x(2)*2*pi*60; %Debe multiplicarse por Wb porque delta
está en radianes
    sys(2) = -1/(2*H)*(u(1)*u(3) + u(2)*u(4));

elseif flag==3

    %salida del sistema
    sys=[x(1); x(2)];

elseif flag==0

    %Parámetros y condiciones iniciales
    %lro: Número de estados continuos
    %2do: Número estados discretos

```

```

        %3ro: Número de salidas x
        %4to: Número de entradas u

        sys=[2;0;2;4;0;0];
        delta_inicial= 5.6726*pi/180; % Ángulo tensión nudo del co
mpensador
                                                % en rég. permanente
        wr_inicial=0;                        % Variación inicial de la ve
locidad wr
        x0=[delta_inicial ; wr_inicial];

    else

        sys=[];
end

```